# Complessità e Riduzionismo

a cura di

Vincenzo Fano
Enrico Giannetto
Giulia Giannini
Pierluigi Graziani

Isonomia *Epistemologica*

Isonomia – Epistemologica

Volume 2

# COMPLESSITÀ E RIDUZIONISMO

Volume 1
*Il Realismo Scientifico di Evandro Agazzi*
Mario Alai, ed.

Volume 2
*Complessità e Riduzionismo*
Vincenzo Fano, Enrico Giannetto, Giulia Giannini, Pierluigi Graziani, eds.

ISONOMIA - Epistemologica Series Editor
Gino Tarozzi gino.tarozzi@uniurb.it

# COMPLESSITÀ E RIDUZIONISMO

*a cura di*

Vincenzo Fano
Enrico Giannetto
Giulia Giannini
Pierluigi Graziani

ISSN 2037-4348

Scientific Director: Gino Tarozzi
Managing Director: Pierluigi Graziani
Department of Foundation of Sciences
P.za della Repubblica, 13 – 61029 Urbino (PU)

http://isonomia.uniurb.it/

Design by massimosangoi@gmail.com

# Sommario

# Riflettendo su complessità e riduzionismo

Vincenzo Fano
Università degli Studi di Urbino Carlo Bo
vincenzo.fano@uniurb.it

Enrico Giannetto
Università degli Studi di Bergamo
egiannet@unibg.it

Giulia Giannini
Centre Alexandre Koyré, Paris
giulia.giannini@gmail.com

Pierluigi Graziani
Università degli Studi di Urbino Carlo Bo
pierluigi.graziani@uniurb.it

Il volume raccoglie gli atti della XIII Scuola Estiva di Filosofia della Fisica, tenutasi a Cesena dal 13 al 18 settembre 2010. A partire dal 1998, il Centro Interuniversitario di ricerca in Filosofia e Fondamenti della Fisica (Urbino, Bologna, Salento e Insubria) organizza annualmente una scuola estiva in collaborazione con la Società Italiana di Logica e Filosofia delle Scienze (SILFS) e il Comune di Cesena. La scuola, diventata ormai punto di riferimento annuale per studenti, insegnanti e studiosi di varie discipline, affronta ogni anno un tema differente invitando i maggiori esperti italiani sull'argomento. Dedicata a "Complessità e Riduzionismo", l'edizione del 2010 si è avvalsa anche della collaborazione della Scuola di Dottorato in Antropologia ed Epistemologia della Complessità dell'Università degli


"Riflettendo su complessità e riduzionismo", in *Complessità e riduzionismo,* pp. 1-5
Published by Isonomia, Rivista online di Filosofia – Epistemologica – ISSN 2037-4348
Università degli Studi di Urbino Carlo Bo
http://isonomia.uniurb.it/epistemologica

Studi di Bergamo che, dal 2002, promuove in Italia e nel mondo la formazione e il perfezionamento di ricercatori esperti nella complessità storica, filosofica e antropologica delle scienze naturali e umane.
Come mostrano i contributi qui raccolti, durante i lavori della scuola, complessità e riduzionismo sono stati affrontati dai relatori a partire da prospettive diverse e sotto differenti punti di vista.

Gian-Italo Bischi, dopo aver brevemente delineato la storia della progressiva matematizzazione dell'economia, si è concentrato soprattutto sull'utilizzo di modelli dinamici non lineari. Sviluppati inizialmente in ambito fisico e basati su equazioni di evoluzione, tali modelli deterministici vengono utilizzati per prevedere – ed eventualmente controllare – l'evoluzione temporale di sistemi reali. Secondo Bischi, la scoperta che modelli dinamici non lineari (tipici dei sistemi sociali che presentano continue interazioni e meccanismi di feed-back) possono esibire comportamenti di caos deterministico, caratterizzato dalla proprietà di amplificare in modo difficilmente prevedibile perturbazioni arbitrariamente piccole, ha suscitato un certo imbarazzo e nel contempo creato nuove possibilità. Imbarazzo perché la presenza di caos deterministico rende insostenibile l'ipotesi dell'agente economico razionale, ovvero capace di prevedere correttamente; ma apre anche nuove possibilità, poiché tale scoperta mostra che quei sistemi economici e sociali caratterizzati da fluttuazioni in apparenza casuali potrebbero in realtà essere governati da leggi del moto deterministiche (anche se non lineari).

Se Bischi ha affrontato il tema della complessità in ambito economico, Salvo D'Agostino ha invece introdotto e approfondito il problema dei successi e dei fallimenti dell'assiomatizzazione in campo fisico. Uno degli aspetti più dibattuti della complessità sul versante scientifico e filosofico è infatti quello della supposta rinuncia a una generalizzazione dei procedimenti assiomatico-deduttivi come metodo generale della ricerca scientifica. A partire dalla considerazione che la fisica pre-relativistica è spesso stata considerata fondata prevalentemente sul trionfo di tale metodo, D'Agostino ha evidenziato la presenza di una posizione antagonista presente già in Newton e ripresa successivamente da Ampère e Maxwell. Alternativa al metodo assiomatico-deduttivo, tale prospettiva si fonda sul ricorso alla cosiddetta deduzione dai fenomeni. Una variazione sul tema, è stata individuata da D'Agostino anche nel contributo di Einstein in cui alla celebrazione del metodo assiomatico-deduttivo si contrappone una lode dell'osservazione dei fenomeni e della riflessione sugli esperimenti: è proprio ponendo il problema di una scelta o conciliazione fra le due che

Einstein avrebbe, secondo D'Agostino, il merito di aver aperto la via al pensiero scientifico moderno.

Sempre in ambito fisico, Arcangelo Rossi ha tracciato, da un punto di vista storico, il passaggio dai modelli riduzionistici che hanno caratterizzato lo studio delle realtà fisica nella scienza classica all'emergere della questione della complessità nella scienza contemporanea. In particolare, a partire dall'affermazione di Ernst Cassirer secondo cui la piena transizione da un'accezione sostantiva ed esplicativa dei modelli a una formale e funzionale sarebbe rintracciabile già alle origini della scienza moderna, Rossi ha mostrato come la visione della natura che emerge dalla scienza classica illuminista fosse comunque realista e riduzionista. Benché alcuni aspetti e alcune visioni non propriamente qualificabili come riduzioniste e meccaniciste siano già presenti all'interno della scienza classica, la tematica della complessità comincia a svilupparsi in fisica solo alla fine dell'Ottocento.

Sergio Chibarro, Lamberto Rondoni e Angelo Vulpiani hanno affrontato il ruolo del caos e l'emergenza di proprietà collettive all'interno della meccanica statistica. In particolare, hanno mostrato l'esistenza di due posizioni nettamente diverse: da una parte il punto di vista "tradizionale", risalente a Boltzmann e parzialmente formalizzato da Khinchin, secondo cui la meccanica statistica sarebbe caratterizzata in primo luogo dall'enorme numero di gradi di libertà; dall'altro la scuola "moderna" cresciuta intorno a Prigogine e ai suoi collaboratori, che considera il caos come l'ingrediente fondamentale. Anche attraverso alcune simulazioni numeriche, gli autori hanno mostrato come anche all'interno della meccanica statistica si faccia avanti il problema della complessità e del riduzionismo. Sebbene i risultati di Khinchin non siano in grado di rispondere in modo definitivo a tutti i problemi sollevati dalla relazione fra termodinamica e meccanica statistica, il numero estremamente grande di gradi di libertà che tale approccio prende in considerazione permette *l'emergere*, nei sistemi macroscopici, di proprietà del tutto assenti in sistemi piccoli.

Giorgio Turchetti ha introdotto il problema del passaggio dai modelli fisici ai sistemi complessi mostrando come i limiti che il disegno riduzionista incontra già per i sistemi fisici diventino decisamente più forti nel caso dei sistemi complessi. La grande differenza tra un sistema fisico e un sistema complesso risiederebbe infatti, secondo Turchetti, nel fatto che il primo, fissate le condizioni esterne, ha sempre le medesime proprietà, mentre il secondo cambia con il fluire del tempo, perché la sua organizzazione interna muta non solo al cambiare di fattori ambientali ma anche con il succedersi delle generazioni. È in tale prospettiva che egli giunge a definire complessi non tanto i sistemi caratterizzati da proprietà emergenti e da interazioni non lineari tra i loro componenti (definibili come sistemi dinamici), ma piuttosto i sistemi viventi o quelli di vita artificiale che ne condividono le proprietà essenziali.

Il problema di complessità e riduzionismo in campo biologico è stato poi affrontato in maniera diretta da Luciano Boi e da Roberto Serra. Il primo ha mostrato come lo studio del comportamento dinamico delle strutture cellulari non possa essere descritto con sufficiente accuratezza né dalla convenzionale dinamica dell'equilibrio né da modelli statici e richieda quindi nuovi strumenti. In particolare, egli ha affrontato la necessità – per una comprensione del comportamento dei sistemi (dinamici) complessi – di un'adeguata conoscenza delle caratteristiche cinetiche e topologiche delle loro componenti. A differenza dello studio dei meccanismi molecolari, l'analisi del comportamento dinamico delle strutture cellulari non necessita tanto di una profonda e dettagliata conoscenza del comportamento di ogni singola molecola, ma piuttosto delle regole che governano il comportamento globale e collettivo dei sistemi.

In consonanza con il contributo di Boi, Serra ha spiegato come la scienza dei sistemi complessi abbia mostrato l'esistenza di "leggi" in gran parte indipendenti dalle specifiche caratteristiche delle entità microscopiche che tuttavia ne descrivono il comportamento e l'interazione. Se la ricerca di proprietà generali ha ormai assunto una grande rilevanza in ambito fisico, nelle scienze biologiche si trova ancora nei suoi primi stadi di vita. Attraverso una serie di esempi, Serra ha mostrato come tale approccio, da considerarsi non in opposizione alla biologia molecolare classica ma a essa complementare, sembra però portare anche in ambito biologico a importanti e promettenti risultati. Emblematico in questo senso è per Serra il lavoro di Kauffman che rivela come un sistema dinamico di geni che interagiscono fra loro mostri delle proprietà di auto-organizzazione che spiegano alcuni aspetti della vita, fra cui l'esistenza di un numero limitato di tipi cellulari in ogni organismo multicellulare.

Pierluigi Graziani ha affrontato invece il problema della complessità computazionale in riferimento alla decidibilità della geometria elementare di Tarski. A partire soprattutto dai lavori di Fisher, Rabin e Meyers e in confronto con il lavoro di Tarski, Graziani ha analizzato come il problema della decisione si trasformi nella determinazione di quanto tempo e spazio di memoria impieghi un algoritmo di decisione per una teoria a determinare se un enunciato della teoria ne sia o meno un teorema. In teoria della complessità computazionale, infatti, si assume che siano computazionalmente intrattabili quei compiti che richiedono risorse di tempo e spazio di memoria (le cosiddette risorse computazionali) che crescono esponenzialmente con la lunghezza dell'input; e che siano computazionalmente trattabili quelli che richiedono risorse che crescono al più in modo polinomiale con la lunghezza dell'input. In tale prospettiva, la complessità computazionale non concerne dunque quante risorse richiede lo svolgere un determinato compito, bensì quanto aumentano le risorse richieste al crescere delle dimensioni dei dati.

Claudio Calosi e Vincenzo Fano hanno mostrato come il problema della complessità e del riduzionismo riguardi anche il rapporto fra psicologia e fisica. In particolare, hanno proposto qui un nuovo esperimento mentale che hanno chiamato Shem-Shaun – dal nome dei due gemelli protagonisti del *Finnegan's Wake* di Joyce – e che solleva un problema per il Fisicalismo minimale in filosofia della mente. Il fisicalismo minimale viene infatti caratterizzato come quella tesi secondo cui le proprietà mentali sopravvengono nomologicamente sulla proprietà fisiche, una forma di riduzionismo per cui, stabilite le proprietà fisiche del mondo, quelle mentali sarebbero necessariamente determinate. Gli autori sostengono che, o il Fisicalismo minimale è incapace di dare un resoconto adeguato dell'esperimento Shem-Shaun o ne deve dare un resoconto che è in forte tensione con la nostra attuale immagine scientifica del mondo.

Nel loro insieme, i lavori presentati testimoniano da un lato la vivacità degli studi epistemologici sulla complessità e dall'altro l'importanza del concetto di complessità per la filosofia della scienza e, in particolare, della fisica.

# Modelli dinamici per le scienze sociali
## Razionalità (limitata), interazione, aspettative

Gian-Italo Bischi
Università degli Studi di Urbino Carlo Bo
gian.bischi@uniurb.it

### 1. Introduzione

Nel corso del Novecento l'uso dei modelli matematici, che si era già rivelato così utile in fisica e ingegneria, è stato introdotto, talvolta con difficoltà non trascurabili, anche in discipline tradizionalmente considerate poco adatte ad un simile approccio, quali l'economia, la sociologia, la biologia. Un percorso che inizia prendendo a prestito molte delle idee e dei modelli della fisica, tanto che nel discorso inaugurale dell'anno accademico 1901-1902 all'Università di Roma il grande fisico matematico Vito Volterra (1860-1940) pronunciava le seguenti parole: «è intorno a quelle scienze nelle quali le matematiche solo da poco tempo hanno tentato d'introdursi, le scienze biologiche e sociali, che è più intensa la curiosità, giacché è forte il desiderio di assicurarsi se i metodi classici, i quali hanno dato così grandi risultati nelle scienze meccanico-fisiche, sono suscettibili di essere trasportati con pari successo nei nuovi ed inesplorati campi che si dischiudono loro dinanzi».

In effetti l'economia arriverà, nel corso della prima metà del secolo, a un'elegante formulazione assiomatico-deduttiva della teoria dell'equilibrio economico, con l'utilizzo di metodi matematici eleganti e sofisticati. Ma le ipotesi di base, che coinvolgono concetti legati alle scelte degli individui influenzate dal loro livello di razionalità, influenzate da componenti psicologiche e interazioni sociali, condizionano fortemente i risultati ottenuti, e tuttora molti ritengono che il fatto che i metodi matematici si


"Modelli dinamici per le scienze sociali", in *Complessità e riduzionismo,* pp. 7-19
Published by Isonomia, Rivista online di Filosofia – Epistemologica – ISSN 2037-4348
Università degli Studi di Urbino Carlo Bo
http://isonomia.uniurb.it/epistemologica

siano rivelati così utili in fisica non implica che lo siano anche per l'economia e le scienze sociali. La formalizzazione sempre più astratta di tali modelli, insieme alla loro difficoltà a spiegare e prevedere alcuni fenomeni economici e sociali osservati, ha portato a frequenti polemiche sulla reale opportunità di trasformare le discipline sociali in teorie matematiche, con strumenti che talvolta sembrano impiegati come fine a se stessi.

In questo articolo, dopo aver brevemente delineato la storia della progressiva matematizzazione dell'economia, ci si concentrerà soprattutto sull'utilizzo in economia dei modelli dinamici non lineari, anche questi sviluppati inizialmente in fisica. Si tratta di modelli deterministici utilizzati per prevedere, ed eventualmente controllare, l'evoluzione temporale di sistemi reali. Basati su equazioni di evoluzione, espresse mediante equazioni differenziali o alle differenze a seconda che si consideri il tempo continuo o discreto, il loro studio qualitativo permette di ottenere informazioni sul tipo di comportamento che emergerà nel lungo periodo, e di come questo è influenzato dai principali parametri. La scoperta che modelli dinamici non lineari (che sono la regola nei sistemi sociali, caratterizzati da interazioni e meccanismi di *feed-back*) possono esibire comportamenti denotati col termine di *caos deterministico* per la proprietà di amplificare in modo difficilmente prevedibile perturbazioni arbitrariamente piccole (la cosiddetta sensitività rispetto alle condizioni iniziali, o "effetto farfalla") ha suscitato un certo imbarazzo e nel contempo creato nuove possibilità.

L'imbarazzo è dovuto al fatto che, come descriveremo meglio in seguito, la presenza di caos deterministico rende insostenibile l'ipotesi di agente economico razionale, ovvero capace di prevedere correttamente. Le nuove possibilità sono legate al fatto che quei sistemi economici e sociali caratterizzati da fluttuazioni in apparenza casuali potrebbero essere governati da leggi del moto deterministiche (anche se non lineari). In ogni caso, gli studi sui sistemi dinamici non lineari hanno portato a distinguere fra la rappresentazione matematica deterministica e la prevedibilità.

L'attuale crisi economica ha senz'altro contribuito a riaccendere il dibattito sul modo di studiare i sistemi economici e sociali e la capacità di spiegare e prevedere. Le scienze sociali, e in particolare l'economia, sono davvero una scienza? Come può una scienza non prevedere e non accorgersi di quello che sta succedendo? Si tratta, come vedremo nel seguito, di domande ricorrenti, e anche in questa occasione qualcuno ha detto che, inseguendo i formalismi matematici, si sta perdendo di vista la realtà, mentre altri sostengono che il problema sta negli specifici formalismi adottati, che quelli usati sono superati, legati ad una matematica "vecchia", magari mutuata in modo acritico da altre discipline. La speranza è allora che la crisi economica comporti un cambio di paradigma anche nella modellizzazione matematica.

## 2. La matematizzazione dell'economia

Nonostante ci sia un importante precursore, costituito dal testo *Récherches sur les principes matématiques de la théorie de la richesse* pubblicato a Parigi da A.A. Cournot nel 1838, la nascita dell'economia matematica viene fatta risalire a tre opere che escono, quasi contemporaneamente, trent'anni dopo: si tratta di *The Theory of Political Economy*, pubblicata da W.S. Jevons nel 1871 a Londra; *Grundsätze der Volkswirtschaftslehre (Principi di Economia)* pubblicata da C. Menger a Vienna anch'essa nel 1871 e *Eléments d'économie politique pure* di L.Walras, Losanna 1877.
In queste opere c'è un nuovo ruolo svolto dalla Matematica, non più semplice strumento per il calcolo algebrico ma elemento costitutivo e parte integrante dell'analisi economica, che segna la trasmigrazione dell'economia dal novero delle scienze morali a quello delle discipline scientifiche.

Queste opere segnano l'inizio della cosiddetta "rivoluzione marginalista", ovvero la formulazione delle leggi dell'economia attraverso problemi di massimo e di minimo. In particolare, il principio che si assume come forza motrice è quello della massimizzazione dell'utilità attesa dagli individui, con funzioni di utilità di tipo ordinale definite sulla base di certi assiomi di scelta. Principi di minimizzazione o massimizzazione già permeavano tutta la fisica dell'epoca, e Walras, probabilmente il più rappresentativo dei tre autori, sostenne sempre l'esistenza di una stretta analogia tra l'economia e le scienze fisico-matematiche.

Una spinta ancor più decisiva in tale direzione sarà poi data da Vilfredo Pareto, che dopo aver studiato Matematica a Torino nel 1892 succede a Walras sulla cattedra di Losanna. Il modello seguito rimane comunque la fisica, in particolare la meccanica, con i principi di massimo e di minimo che determinano i movimenti e gli equilibri. Pareto procede a partire da pochi assiomi iniziali, considerati incontrovertibili nella loro evidenza, che sviluppa poi con un rigoroso ragionamento deduttivo, per arrivare a concetti quali l'equilibrio economico generale. Pareto intende «disinquinare la scienza economica da politica e filosofia» prendendo come modello la meccanica razionale. Ovviamente questo suscitò non poche polemiche fra gli studiosi di discipline sociali, i quali si chiedevano se fosse possibile trasformare in quantitativa una scienza umana come l'economia, i cui procedimenti e le cui conclusioni coinvolgono pesantemente pregiudizi storici, culturali e politici. C'era inoltre il timore che l'impiego della matematica fornisse all'economia una particolare autorevolezza, che rischia di trasformarsi in presunta oggettività e che comunque rende difficile l'individuazione dei suoi condizionamenti ideologici

Queste polemiche non scoraggiarono Pareto, che affermava: «L'economia non abbia timore di diventare un sistema assiomatico-deduttivo, ipotizzando agenti e processi economici idealizzati, così come la fisica utilizza con grande profitto entità come i corpi rigidi, i fili inestensibili e privi di massa, i gas perfetti, le superfici prive di attrito…». Famosi i suoi "specchietti" (in doppia colonna) che presentano gli elementi alla base dello studio dei fenomeni meccanici e i loro corrispondenti per quelli economici.

C'è da notare che questa impostazione dell'economia ha costituito a sua volta un fattore decisivo per la definitiva affermazione in matematica dei sistemi formali, in quanto per la prima volta il metodo assiomatico-deduttivo veniva applicato al di fuori dei tradizionali contesti della geometria o della fisica. Questa affermazione diventa ancor più vera con le opere di Gerard Debreu (1921–2004), premio Nobel per l'economia nel 1983, che nella prefazione della sua opera *The Theory of Value* (1959) scrive: «la teoria del valore è trattata qui secondo gli standard di rigore dell'attuale scuola formalista di Matematica. La fedeltà all'esigenza del rigore impone all'analisi una forma assiomatica in cui la vera e propria teoria rimane completamente separata dalle sue interpretazioni». In questo volume, che ha fatto parlare di *bourbakismo* in economia, all'utilizzo del calcolo differenziale e dell'algebra delle matrici si aggiungono quelli dell'analisi convessa, la teoria degli insiemi, la topologia, la teoria della misura, gli spazi vettoriali, l'analisi globale. Lo standard di rigore logico della matematica è ormai la regola, non più l'eccezione.

Ma lo stesso Debreu scriveva anche che «la seduzione della forma matematica può diventare quasi irresistibile. Nel perseguimento di tale forma, può darsi che il ricercatore sia tentato di dimenticare il contenuto economico e di evitare quei problemi economici che non siano direttamente assoggettabili a matematizzazione»[1].

C'è poi il solito problema che, a differenza degli oggetti della fisica, il comportamento di esseri umani è più difficile da descrivere mediante modelli matematici. Come amava stigmatizzare il grande economista John Maynard Keynes (1883–1946) non basta semplicemente adattare i metodi e

[1] Citazione tratta da Gandolfo (1989).

i ragionamenti della fisica alla modellizzazione dell'economia perché «L'economia è una scienza morale […] essa ha a che vedere con motivazioni, aspettative, incertezze psicologiche. Si deve essere costantemente attenti a non trattare questo materiale come se fosse costante ed omogeneo. È come se la caduta della mela al suolo dipendesse dalle aspirazioni della mela, se per lei sia conveniente o meno cadere a terra, se il suolo vuole che essa cada, e se vi sono stati errori di calcolo da parte della mela sulla sua reale distanza dal centro del pianeta»[2].

E si potrebbe anche aggiungere: come e quanto la mela si fa condizionare dal comportamento delle altre mele, le aspettative che la mela ha sugli esiti della sua caduta, le informazioni che la mela ha sulle decisioni delle altre mele e sulle condizioni del suolo su cui andrà a cadere, ecc.

Questi problemi erano stati chiaramente delineati già agli albori dell'economia matematica, in una famosa lettera di Jules Henri Poincaré (1854–1912) a Léon Walras, in cui si trova il seguente passo: «Ho pensato che all'inizio di ogni speculazione matematica ci sono delle ipotesi e che, perché questa speculazione sia fruttuosa occorre, come del resto nelle applicazioni della Fisica, che ci si renda conto di queste ipotesi. Per esempio, in Meccanica si trascura spesso l'attrito e si guarda ai corpi come infinitamente lisci. Lei guarda agli uomini come infinitamente egoisti ed infinitamente perspicaci. La prima ipotesi può essere accettata come prima approssimazione, ma la seconda necessiterebbe forse di qualche cautela»[3].

Il problema evidenziato da Poincaré nasce dal tentativo di Walras (e del marginalismo in generale) di introdurre l'ipotesi della perfetta razionalità, col solo fine di ottenere risultati formali. In effetti nei modelli dei marginalisti, in cui si assume che gli agenti prendano decisioni in modo da massimizzare l'utilità attesa, occorre qualche ipotesi sulla distribuzione di probabilità dei possibili stati futuri dell'economia. L'ipotesi di "homo oeconomicus", l'agente idealizzato perfettamente razionale e informato, in grado di risolvere problemi di ottimizzazione e capace di prevedere gli sviluppi futuri dell'economia in quanto ne conosce le leggi così come un fisico conosce le leggi della natura, è in contrasto con gli studi in cui si evidenzia che la componente psicologica e le limitate capacità e informazioni hanno un ruolo fondamentale nel comportamento degli agenti economici.

---

[2] Questi passaggi sono riportati nel vol. XIV dei *Collected Writings of John Maynard Keynes*, Keynes (1973, 296-300).

[3] Lettera ricevuta da Walras il 1° ottobre 1901, riportata in *Elèments d'économie politique pure*, 4 ed..

Anche Herbert Simon (1916–2001), Nobel per l'Economia nel 1978, aveva parlato, negli anni 50, di agenti economici limitatamente razionali affermando che «Non è empiricamente evidente che gli imprenditori e i consumatori nel prendere decisioni seguano i principi di massimizzazione dell'utilità richiesti dai modelli dei marginalisti, in parte perché non hanno informazioni sufficienti, o le necessarie capacità di calcolo. Quindi nei modelli occorre prevedere che gli agenti siano incerti sul futuro e occorre includere i costi per reperire informazioni. Questi fattori limitano le capacità degli agenti nel fare previsioni».

Inoltre l'ipotesi che tutti gli agenti siano razionali comporta anche che possono essere rappresentati da un unico prototipo, chiamato agente razionale "rappresentativo", mentre nella realtà ogni comunità di operatori economici si presenta estremamente variegata, e in modelli non lineari l'azione congiunta di agenti eterogenei non può essere sostituita con il comportamento medio di un ipotetico agente rappresentativo.

Nonostante queste obiezioni, l'ipotesi dell'agente rappresentativo razionale è diventata dominante dagli anni '60 in poi, e questo solleva molti dubbi, anche logici, dato che l'agente economico è parte del sistema che studia, un problema che i fisici hanno per la prima incontrato nello studio della meccanica quantistica e che si è portato dietro molte conseguenze, paradossi e interpretazioni che fanno tuttora discutere.

Il principale motivo per cui il paradigma dell'agente razionale rappresentativo, associato a quello dei mercati efficienti, è diventato il modello teorico dominante (modello neoclassico) è che esso prevede che l'economia raggiungerà un equilibrio in cui tutte le relazioni economiche necessarie (come ad esempio i vincoli di bilancio) saranno rispettate. Questo approccio, fortemente radicato nei metodi di ottimizzazione che portano alla teoria dell'equilibrio generale, porta alla convinzione che i mercati sono in grado di auto-correggersi e che il ruolo dei governi è tutt'al più quello di "*regolatori dalla mano leggera*".

Questo punto di vista è diventato via via più articolato, e hanno cominciato a farsi strada modelli intrinsecamente dinamici, con agenti limitatamente razionali, eterogenei, che prendono decisioni sulla base di un set informativo limitato, talvolta asimmetrico, attraverso procedimenti adattivi basati su meccanismi di "*trial and error*". Simili modelli, come vedremo nel prossimo paragrafo, possono condurre ad evoluzioni temporali che non si assestano mai su un equilibrio stazionario, e possono facilmente condurre a oscillazioni del sistema economico, con alti e bassi che si generano endogenamente, ovvero senza shock esterni, attraverso procedimenti non lineari tipici dei sistemi dissipativi che operano in condizioni di disequilibrio.

## 3. Modelli dinamici in economia e scienze sociali

Un sistema dinamico viene identificato mediante un certo numero di grandezze misurabili, dette *variabili di stato*, ciascuna delle quali è una funzione della variabile $t$, che rappresenta il tempo. Esse possono essere raccolte in un vettore a $n$ componenti $\mathbf{x}(t)=[(x_1(t), x_2(t), \ldots, x_n(t)]$, punto geometrico in uno spazio a $n$ dimensioni, detto spazio degli stati, che in ogni istante $t$ si assume rappresenti il sistema. Assegnato il vettore di stato $\mathbf{x}_0$ ad un istante iniziale $t_0$, l'evoluzione del sistema dinamico è idealmente rappresentata da un operatore $\mathbf{x}(t)=\Phi\ (t_0, \mathbf{x}_0; t)$ che permette di determinare lo stato del sistema ad ogni istante di tempo successivo, ovvero la *traiettoria* del sistema. La variabile tempo può essere pensata come un numero reale, e allora diremo che il tempo varia in modo continuo, oppure come un numero naturale, e allora diremo che il tempo varia in modo discreto, cioè assumendo valori multipli di una data unità di misura. Nel caso di tempo continuo vengono definite delle equazioni locali di evoluzione, o equazioni del moto, mediante *equazioni differenziali* che descrivono come la rapidità di variazione di ciascuna variabile di stato (espressa dalla derivata prima rispetto al tempo) dipende da se stessa e dalle altre variabili:

$$\frac{dx_i}{dt} = f_i\left(x_1, x_2, ..., x_n; \alpha\right) \qquad i = 1,...,n; \qquad x_i(0) \text{ assegnati,}$$

dove $f_i$ è la funzione che determina l'evoluzione della $i^{ma}$ variabile di stato, $\alpha$ rappresenta l'insieme dei parametri da cui dipende la legge del moto. In pratica, dalla conoscenza delle variabili di stato e dei loro tassi di variazione (o velocità) in un istante di tempo, si può calcolare lo stato a un istante successivo e così via.

Invece nel caso di tempo discreto la legge del moto, che "trasforma" lo stato del sistema al tempo $t$ nello stato al tempo successivo $t+1$, viene rappresentata sotto forma di *equazioni alle differenze*:

$$x_i(t+1) = f_i(\mathbf{x}(t), \alpha), \qquad i=1,...,n; \qquad x_i(0) \text{ assegnati.}$$

Il fatto che il tempo possa essere considerato una variabile discreta può sembrare strano, eppure costituisce una buona rappresentazione del fatto che in certi contesti il tempo viene *scandito da eventi*, in genere decisioni che non possono essere rivedute in ogni istante: l'impresa che assume operai o l'agricoltore che semina una determinata quantità di grano non possono modificare la propria decisione in ogni momento, in quanto l'azienda dovrà attendere il successivo consiglio d'amministrazione e l'agricoltore la successiva stagione di semina.

Le equazioni del moto di un sistema dinamico sono quindi perfettamente deterministiche, simili a quelle usate in meccanica celeste per descrivere e prevedere il moto di pianeti e comete. Questi modelli avevano portato Laplace a enunciare, nel 1776, quello che sarebbe poi diventato il manifesto del determinismo[4]: «Lo stato attuale del sistema della natura consegue evidentemente da quello che era all'istante precedente e se noi immaginassimo un'intelligenza che a un istante dato comprendesse tutte le relazioni fra le entità di questo universo, essa potrebbe conoscere le rispettive posizioni, i moti e le disposizioni generali di tutte quelle entità in qualunque istante del futuro».

Parole quasi identiche erano state usate circa un secolo prima da Leibniz, che scriveva «Vediamo allora che ogni cosa procede in modo matematico – cioè infallibilmente – nel mondo intero, in modo che se qualcuno avesse una sufficiente capacità di conoscere a fondo le cose, e avesse abbastanza intelligenza e memoria per considerare tutte le circostanze e tenerne conto, questi potrebbe essere un profeta e potrebbe vedere il futuro nel presente come in uno specchio».[5]

Queste affermazioni così evidenti nel mondo della fisica, non lo sono in economia e nelle scienze sociali, in quanto in questi contesti lo stato attuale consegue sì da quelli del passato, ma dipende anche dalle decisioni degli individui che lo compongono, decisioni che sono influenzate dalle aspettative che essi hanno sul futuro. Si rende quindi necessario formulare dei modelli in cui le aspettative degli agenti sul futuro si riflettono sul modo in cui i sistemi evolvono. Si ottengono quindi modelli "con aspettative", che possiamo immaginare formulati in uno dei modi seguenti:

$$x_{t+1}=f(x_{t+1}^{(e)})$$

oppure

$$x_t=f(x_{t+1}^{(e)}),$$

[4] Laplace (1776).
[5] Cassirer (1956), traduzione mia.

dove l'apice *(e)* significa *expected*. In altre parole, il paradigma classico "Lo stato attuale di un sistema deriva dagli stati precedenti" si modifica nel seguente "Lo stato attuale di un sistema deriva dalle aspettative che gli agenti hanno sul futuro del sistema stesso", affermazione che rischia di portarsi dietro non pochi paradossi e meccanismi autoreferenziali.

I sistemi dinamici, sia deterministici che stocastici, hanno svolto un ruolo di primaria importanza nello sviluppo dell'economia matematica, soprattutto in connessione con l'esigenza di prevedere e controllare l'evoluzione temporale dei sistemi economici e sociali. In particolare, a partire dagli anni '30, un tema ricorrente nella letteratura è stato il confronto fra modelli deterministici e stocastici come possibili strumenti per descrivere le oscillazioni irregolari e persistenti osservate nei sistemi economici, in netto contrasto sia con la convergenza a un equilibrio stazionario prevista dai modelli lineari dell'equilibrio economico, che con la periodicità delle oscillazioni endogene previste dai primi modelli deterministici non lineari del ciclo economico. Questo aveva portato a una crescente popolarità dei modelli lineari stabili arricchiti da termini stocastici per rappresentare continui *shock* esogeni, la cui presenza è in grado di provocare le oscillazioni persistenti che si osservano nei dati reali.

Tuttavia, un altro importante aspetto, intimamente legato allo studio dei sistemi dinamici non lineari, ha acquisito fondamentale importanza. Si tratta del fenomeno del *caos deterministico*[6], un apparente ossimoro che indica la possibilità di generare, mediante modelli deterministici non lineari, evoluzioni temporali praticamente indistinguibili da traiettorie casuali (ed estremamente sensibili a variazioni, anche impercettibili, delle condizioni iniziali). Lo descriviamo utilizzando le parole di Poincaré (1903)[7], che esprimono la prima chiara distinzione fra caso e caos deterministico:

> Una causa minima, che ci sfugge, determina un effetto considerevole, del quale non possiamo non accorgerci: diciamo allora che questo effetto è dovuto al caso. Se conoscessimo esattamente le leggi della natura e la situazione dell'universo all'istante iniziale, potremmo prevedere esattamente la situazione dello stesso universo in un instante successivo. Ma se pure accadesse che le leggi naturali non avessero più alcun segreto per noi, anche in tal caso potremmo conoscere la situazione iniziale solo approssimativamente. Se questo ci permettesse di prevedere la situazione successiva con la stessa approssimazione, non ci occorrerebbe di più e dovremmo dire che il fenomeno è stato previsto. Ma non è sempre così; può accadere che piccole differenze nelle condizioni iniziali ne producano di grandissime nei fenomeni

---

[6] Si veda ad esempio Bischi, G.I., Carini, R., Gardini, L., Tenti P. (2004).

[7] Il passo è tratto da Poincaré (1997, 56).

> finali. Un piccolo errore nelle prime produce un errore enorme nei secondi. La previsione diviene impossibile [...].

Quindi la capacità di effettuare previsioni mediante modelli dinamici non lineari in regime caotico è piuttosto limitata a causa di quella che è stata poi chiamata *sensitività rispetto alle condizioni iniziali*, o anche *effetto farfalla* dopo la metafora coniata nel 1972 dal meteorologo Edward Lorenz.

Negli anni ‘70 del secolo scorso la crescente diffusione dei concetti e delle tecniche matematiche legate al caos deterministico ha mostrato la possibilità di generare fluttuazioni irregolari senza bisogno di termini stocastici, suggerendo quindi che nei sistemi economici reali ci possono essere meccanismi endogeni capaci di creare il disordine osservato nell’economia reale, senza bisogno di eventi che scuotano i sistemi dall’esterno. La scoperta che anche modelli dinamici molto semplici sono in grado di generare caos deterministico, unitamente alla constatazione che modelli di questo genere possono essere facilmente ottenuti con ipotesi del tutto standard di equilibrio economico generale e di competizione perfetta, di informazione completa e aspettative razionali, ha scosso le basi di molte delle idee alle quali si erano abituati gli economisti, in quanto ha spezzato il legame fra determinismo e prevedibilità, creando nel contempo un’imbarazzante antinomia fra dinamiche caotiche e aspettative razionali.[8] Infatti, se un modello economico presenta dinamiche caotiche ipotizzando che gli agenti economici siano razionali, allora per definizione di caos deterministico essi in realtà non possono in alcun modo raggiungere nelle loro previsioni la precisione infinita richiesta per evitare gli effetti dell’estrema sensitività delle dinamiche caotiche. In altre parole, se si parte da un modello con aspettative razionali e si scopre che esso genera caos deterministico, allora le previsioni non possono essere razionali (cioè perfette)[9].

Inoltre, una delle peculiarità dei modelli dinamici utilizzati in economia, e nelle scienze sociali in genere, consiste nel considerare il tempo discreto (*event-driven time*) ovvero leggi del moto espresse mediante equazioni alle differenze anziché equazioni differenziali. Questo porta ad ottenere con maggior facilità dinamiche caotiche, in quanto la dinamica a tempo discreto può condurre a oscillazioni legate a eccessiva reattività degli agenti, detti anche fenomeni di “*overshooting*”, e quindi a dinamiche più irregolari di quelli a tempo continuo.

---

[8] Si veda: Bischi, G.I., (2010).

[9] Si vedano ad esempio tre celebri articoli: Benhabib, Day (1982), Boldrin, Montrucchio, (1986), Grandmont, (1985).

## 4. Conclusioni

In questo articolo si è brevemente delineato il percorso attraverso il quale l'economia si è trasformata da scienza morale a scienza formale, dotandosi di un formalismo matematico ipotetico-deduttivo simile a quello della meccanica razionale. Il paradigma neoclassico, fondato sulle ipotesi di mercati efficienti e agente rappresentativo dotato di aspettative razionali, sta mostrando diversi punti di debolezza di fronte ai fenomeni osservati nell'evoluzione dei sistemi economici reali, e nuove ipotesi di carattere psicologico, economico e sociale, unitamente a nuove tecniche matematiche, sono state chiamate in causa come risposta all'incapacità mostrata dagli attuali modelli di prevedere e proporre rimedi alla crisi economica e finanziaria in atto.

Ai modelli dinamici con agenti limitatamente razionali ed eterogenei si aggiungono modelli evolutivi basati su reti di agenti interagenti i cui microcomportamenti, basati su interazioni strategiche individuali, portano nel lungo periodo, e su larga scala, a far emergere macrocomportamenti collettivi[10].

Si stanno così facendo strada modelli in cui gli agenti sono limitatamente razionali e procedono in modo adattivo, ovvero attraverso tipici processi di "*trial and error*". Ci si chiede innanzi tutto sotto quali condizioni, da tali modelli, possono emergere nel lungo periodo comportamenti simili a quelli di agenti dotati di razionalità perfetta. Talvolta esistono diversi tipi di possibili evoluzioni di lungo periodo, cioè diversi attrattori, alcuni di tipo razionale, ovvero in cui le aspettative vengono confermate, e altri di tipo "perverso", cioè diversi rispetto alle aspettative. In questi casi il tipo di evoluzione diventa *path-dependent*, cioè condizionato da shock esterni.

Un ruolo sempre più importante nella modellistica economica è svolto dalla *teoria dei giochi*[11], un settore della matematica in grande espansione il cui testo fondante *Theory of Games and Economic Behavior*, di John Von Neumann e Oskar Morgenstern, è stato pubblicato nel 1944. Si tratta, forse per la prima volta, di un settore della matematica nato appositamente per la modellizzazione delle scienze sociali, in quanto creato proprio per descrivere l'interazione strategica fra soggetti umani, quindi non

[10] Si veda Schelling (1978).
[11] Per una introduzione elementare si veda Bischi, (2010b).

semplicemente mutuato dalla fisica. Anche in questo caso si stanno diffondendo in letteratura modelli basati sulla teoria dei giochi in cui gli agenti sono considerati limitatamente razionali e con un set informativo incompleto. Sicuramente interessanti, in simili contesti, le situazioni in cui il comportamento di ogni individuo è influenzato dalla società in cui vive, essendo poi la società, ovviamente, costituita dai singoli individui. Questo porta a un *trade-offs* fra comportamenti individuali e proprietà sociali emergenti.

Infine, c'è attualmente una generale impressione che la crisi economica possa portare a un cambio di paradigma anche nel modo di fare modelli matematici nelle scienze sociali, spostandolo sempre più verso temi e metodi legati alla teoria della complessità, dalla meccanica statistica alla simulazione ad agenti, modelli dinamici di reti sociali (*social networks*) e giochi evolutivi. Da questo punto di vista, possiamo dire che sicuramente «viviamo tempi interessanti»[12].

## Riferimenti

Benhabib, J. e Day, R., 1982, «A characterization of erratic dynamics in the overlapping generations model», *Journal of Economic Dynamics and Control*, 4, pp. 37-55.

Bischi, G.I., Carini, R., Gardini, L., Tenti P., 2004, *Sulle Orme del Caos. Comportamenti complessi in modelli matematici semplici*, Bruno Mondadori Editore, Milano.

Bischi, G.I., 2010a, «Caos deterministico, modelli matematici e prevedibilità», *APhEx, Il portale italiano di filosofia analitica*, Giornale di Filosofia n. 2, http://www.aphex.it/index.php?Temi=557D030122027403210304767773.

Bischi, G.I., 2010b, «Decisioni strategiche e dilemmi sociali. Orientarsi fra le scelte con la teoria dei giochi», *Thauma n. 04*, Thauma Edizioni, Pesaro, pp. 151-177.

Boldrin, M. e Montrucchio, L., 1986, «On the Indeterminacy of Capital Accumulation Paths», *Journal of Economic Theory* 40, pp. 26-39.

Cassirer, E., 1956, *Determinism and Indeterminism in Modern Physics*, Yale University Press, New Haven.

[12] Affermazione contenuta nell'articolo di Chiarella (2010). Si veda anche, nello stesso volume, Landini (2010) e Terna (2010).

Chiarella, C., 2010, «What's beyond? Alcuni punti di vista sul futuro dell'economia matematica» in: Bischi, G.I., Guerraggio, A., «L'economia matematica. La sua storia nel Novecento, il suo presente», *Lettera Matematica Pristem*, n.74-75.

Gandolfo, G., 1989, «Sull'uso della matematica in economia», *Bollettino U.M.I.*, (7) 3-A, pp. 250-278.

Grandmont, J.M., 1985, «Endogenous Competitive Business Cycles», *Econometrica* 53, pp. 995-1045.

Keynes, J. M., 1973, *Collected Writings of John Maynard Keynes*, a cura di D. E. Moggridge, Macmillan e Cambridge University Press, pp. 296-300.

Landini, S., 2010, «Tra complessità e reti: un approccio fisico-statistico alle scienze sociali» in: Bischi, G.I., Guerraggio, A., «L'economia matematica. La sua storia nel Novecento, il suo presente», *Lettera Matematica Pristem*, n.74-75.

Laplace, P. S., (1776), *Théorie analytique des probabilitiés*, V. Courcier, Paris 1820.

Poincaré, H., 1997, *Scienza e metodo*, Einaudi, Torino.

Schelling, T., 1978, *Micromotives and Macrobehavior*, W. W. Norton, New York.

Terna, P., 2010, «Complessità, evoluzione e simulazione ad agenti in economia» in: Bischi, G.I., Guerraggio, A., «L'economia matematica. La sua storia nel Novecento, il suo presente», *Lettera Matematica Pristem*, n.74-75.

# Remarks on the Geometry of Complex Systems and Self-Organization

Luciano Boi
École des Hautes Études en Sciences Sociales, Paris
luciano.boi@ehess.fr

## 1. Introductory remarks on the geometry of complexity

Let us start by some general definitions of the concept of complexity. We take a complex system to be one composed by a large number of parts, and whose properties are not fully explained by an understanding of its components parts. Studies of complex systems recognized the importance of "wholeness", defined as problems of organization (and of regulation), phenomena non resolvable into local events, dynamics interactions in the difference of behaviour of parts when isolated or in higher configuration, etc., in short, systems of various orders (or levels) not understandable by investigation of their respective parts in isolation. In a complex system it is essential to distinguish between 'global' and 'local' properties. Theoretical physicists in the last two decades have discovered that the collective behaviour of a macro-system, i.e. a system composed of many objects, does not change qualitatively when the behaviour of single components are modified slightly. Conversely, it has been also found that the behaviour of single components does change when the overall behaviour of the system is modified.

There are many universal classes which describe the collective behaviour of the system, and each class has its own characteristics; the universal classes do not change when we perturb the system. The most interesting and rewarding work consists in finding these universal classes


"Remarks on the Geometry of Complex Systems and Self-Organisation" in *Complessità e riduzionismo,* pp. 21-36
Published by Isonomia, Rivista online di Filosofia – Epistemologica – ISSN 2037-4348
Università degli Studi di Urbino Carlo Bo
http://isonomia.uniurb.it/epistemologica

and in spelling out their properties. This conception has been followed in studies done in the last twenty years on second order phase transitions. The objective, which has been mostly achieved, was to classify all possible types of phase transitions in different universality classes and to compute the parameters that control the behaviour of the system near the transition (or critical or bifurcation) point as a function of the universality class.

This point of view is not very different from the one expressed by Thom in the introduction of *Structural Stability and Morphogenesis* (1975). It differs from Thom's program because there is no *a priori* idea of the mathematical framework which should be used. Indeed Thom considers only a restricted class of models (ordinary differential equations in low dimensional spaces) while we do not have any prejudice regarding which models should be accepted.

One of the most interesting and surprising results obtained by studying complex systems is the possibility of classifying the configurations of the system taxonomically. It is well-known that a well founded taxonomy is possible only if the objects we want to classify have some unique properties, i.e. species may be introduced in an objective way only if it is impossible to go continuously from one specie to another; in a more mathematical language, we say that objects must have the property of ultrametricity. More precisely, it was discovered that there are conditions under which a class of complex systems may only exist in configurations that have the ultrametricity property and consequently they can be classified in a hierarchical way. Indeed, it has been found that only this ultrametricity property is shared by the near-optimal solutions of many optimization problems of complex functions, i.e. corrugated landscapes in Kauffman's language. These results are derived from the study of spin glass model, but they have wider implications. It is possible that the kind of structures that arise in these cases is present in many other apparently unrelated problems.

Before to go on with our considerations, we have to pick in mind two main complementary ideas about complexity. (i) According to the prevalent and usual point of view, the essence of complex systems lies in the emergence of complex structures from the non-linear interaction of many simple elements that obey simple rules. Typically, these rules consist of 0–1 alternatives selected in response to the input received, as in many prototypes like cellular automata, Boolean networks, spin systems, etc. Quite intricate patterns and structures can occur in such systems. However, what can be also said is that these are toy systems, and the systems occurring in reality rather consist of elements that individually are quite complex themselves. (ii) So, this bring a new aspect that seems essential and indispensable to the emergence and functioning of complex systems, namely the coordination of individual agents or elements that themselves are complex at their own scale of operation. This coordination dramatically reduces the degree of freedom of those participating agents. Even the constituents of molecules, i.e. the atoms, are rather complicated conglomerations of subatomic particles, perhaps ultimately excitations of patterns of superstrings. Genes, the elementary biochemical coding units, are very complex macromolecular strings, as are the metabolic units, the proteins. Neurons, the basic elements of cognitive networks, themselves are cells.

In those mentioned and in other complex systems, it is an important feature that the potential complexity of the behaviour of the individual agents gets dramatically simplified through the global interactions within the system. The individual degrees of freedom are drastically reduced, or, in a more formal terminology, the factual space of the system is much smaller than the product of the state space of the individual elements. That is one key aspect. The other one is that on this basis, that is utilizing the coordination between the activities of its members, the system then becomes able to develop and express a coherent structure at a higher level, that is, an emergent behaviour (and emergent properties) that transcends what each element is individually capable of.

## 2. Complex systems

There are many different definitions of a complex system. It may range from the classical algorithmic complexity (Kolmogorov, Chaitin) to more recent and sophisticated definitions, such as: chemical definitions, statistical-physics definitions, topological-dynamic definitions, biological definition, etc. We already have given the most common and general definition in the literature of complex systems. It should be clear, however, that any given definition (especially a mathematical one) couldn't capture all the complex meaning we associate with the word complexity.

One interesting definition rest on the basic idea that the more complex the system, the more can be said about. I am excluding the factual description of the system, which may be very long. I refer only to the global characteristics. A few examples will help clarify this point. If I have a sequence of randomly tossed coins, 50% probability head, I have described the system. The only improvement would be the knowledge of the sequence itself. If on the contrary the sequence of bits represents a book, there is much more information, such as style, choice of words, the plot and so on.

If the book is really deep, complex, there are a very large number of things that can be said about it. Sometimes the complexity is related to the existence of different levels of description: one can describe an *Escherichia coli* at the molecular level, at the biochemical level, and at the functional level.

If we move towards a mathematical definition, we must realize that the concept of complexity, like entropy, is of probabilistic nature and it can be defined more precisely if we try to define the complexity of ensembles of objects of the same category. This is related to the notion of classification. The meaning of a complex classification is quite clear intuitively: a classification is very complex if there are many levels (i.e. orders, families, genera) and there are many elements in each level. Consequently a reasonable mathematical definition of the complexity of a classification should be possible.

## 3. External and internal complexity

Let's now introduce the notions of *external* and *internal* complexity of complex adaptive systems. These concepts are especially useful to analyze relations between an adaptive system and its environment. All open systems, let they be either thermodynamics, biological or cognitive, are chiefly concerned with this relation.

A *complex adaptive system* is situated in an environment. That environment is always more complex than the system itself, and therefore, it can never be completely predictable for the system, but the system depends on regularities of the environment for maintaining its energy supply needed to support its internal structure.

One important hypothesis one can suggest is that complex adaptive systems try to increase their external complexity and to reduce internal complexity. Each of two processes will operate on its own scale, but they are also intricately linked and mutually dependent upon each other.

The increase of internal complexity can for example occur through the creation of redundancy, e.g. duplication of some internal units or structures. The property of redundancy is very important in biological systems at the genetic level as well as at other more complex levels; for example, a same gene may realize different functions and, on the other hand, many genes may accomplish the same function. Upon this redundancy, a process of differentiation or specialization can operate, through controlled random mechanisms or internal selection, so that the system will become able to handle more diverse input and thereby increase its external complexity. Once this happened, the system can then again try to represent this newly acquired input more efficiently and thus decrease its internal complexity. Conversely, for the decrease of internal complexity, the system can also find some of its input as irrelevant and meaningless for its purposes and thus decrease the external complexity.

As first definition, one can say that *external complexity* measures the amount of input, information, energy obtained from the environment that the system is capable of handling, processing. It is important that this can be measured as an entropy – and therefore, terms like "energy" need some qualification when employed in this context. In this sense, external complexity is data complexity.

*Internal complexity* can be defined as what that measures the complexity of the representation of this input by the system. In this sense, internal complexity is model complexity. The system will try to increase (or maximize) its external complexity, and to reduce (or minimize) its internal complexity.

We now proceed to give formal definitions of our complexity notions based on the concept of entropy from statistical mechanics and information theory. Given a model $\theta$, the system can model data as $X(\theta)$, with $X = (X_1,\dots, X_k)$, and we assume that $X(\theta)$ introduces an internal probability distribution $P(X(\theta))$ so that an entropy can be computed in (1) bellow. Our hypothesis then is that the system will try to maximize the external complexity,

$$-\sum_{i=1}^{k} P(X_i(\theta)) \log_2 P(X_i(\theta)). \tag{1}$$

The purpose of the probability distribution $P(X(\theta))$ is simply to qualify the information value of the data $X(\theta)$. In principle, this quantification is also possible through other means, for example, through the length of the representation of the data in the internal code of the system. If we assume optimal coding, however, which is a consequence of the minimization of internal complexity, then the length of the representation of a datum $X_i(\theta)$ behaves like $\log_2 P(X_i(\theta))$ (a code is god if frequent inputs are represented by short code words.)

The system can try to increase the amount of information $X(\theta)$ that is meaningful within the given model $\theta$ on a short time scale, or it can adapt the model $\theta$ on a larger time scale so as to be able to process more inputs as meaningful. When the input is given, however, for example when the system has gathered input on a time scale when the distribution of input patterns $\varepsilon$[1] becomes stationary, then the model should be improved to handle that input as efficiently as possible, i.e. to decrease the internal complexity which we now define as follows

$$= -\sum\nolimits^{k}_{i=1} P(\varepsilon_i(\theta)) \log_2 P(\varepsilon_i/(\theta)) - \log_2 P(\theta). \tag{2}$$

The variation is given by

$$\min\nolimits_{\theta}(-\log_2 P(\varepsilon/\theta) - \log_2 P(\theta)). \tag{3}$$

The expression to be minimized now consists of two terms, the first measuring how efficiently the data are encoded by the model, and the second one how complicated the model is. Of course the probability $P(\theta)$ assigned to a model depends on the internal structure of the system, and in principle, that internal structure then also became subject to optimization, in the sense that frequently used or otherwise important models get higher probabilities than obscure ones.

### 3.1. Pattern recognition in a neural network

We only mention the principle according to which a neural network can recognize patterns on the basis of a selective evaluation of inputs features via an internal feedback loop. (No detailed description will be presented here).

We assume that the network or system has stored or identified a collection of patterns labelled by $i = 1,\ldots, n$. These patterns might correspond to faces, visual shapes or other geometric objects; for thinking about this example, it is probably useful to think about patterns to be recognized in visual scenes. Also, on its input, the system can evaluate certain features $\alpha = 1,\ldots, m$, like edges, corners, or better, features of a somewhat higher level, like specific distribution of input pixels on some small sub-regions of the retina, or relative distances between certain conspicuous points of the scene. It is important for understanding the purpose of the network (the system) that we assume to in a situation where the network is not capable of evaluating all the possible features

[1] We use a different letter now to denote the inputs because we are now considering patterns on a different time scale.

simultaneously in its inputs, simply because there are typically far too many possibilities.

Rather the idea is that the network will selectively perform observations, that is, evaluate those features that have the highest potential for discriminating between these patterns that are probable candidates on the basis of the observations already performed. Thus, the basic design principle is a feedback loop between observations that affect the probability distribution in the space of patterns and the selection of further observations on the basis of that probability distribution.

We first need to implement the relationship between patterns and features. This can be done on the basis of supervised learning as is standard in neural networks. So, the observed values $x^{\alpha}$ of the features induces activations $y^i$ of the patterns:

$$y^i : f\left(\sum_{\alpha} w_{i\alpha} x^{\alpha}\right), \tag{4}$$

where $f$ might be a sigmoid function $f(s) = 1/1+e^{-ks}$, where for our purpose a rather large value of the parameter $k$ might be best so as to get a sharp threshold later on. Namely, we call a pattern $i$ activated if $y^i > \theta$ is some threshold that we can turn to our convenience, perhaps again by supervised learning. The $w_{i\alpha}$ are weights that can likewise be learned through supervised Hebbian learning. The essential point is that they should be positive, and perhaps large, if feature $\alpha$ occurs in pattern $i$, and 0 or negative if not.

## 4. Examples of complex systems

Let us now give briefly some examples of complex systems took from different disciplines: chemistry, biology and physics. In all this examples, understanding how parts of a living system – genes or molecules – interacts is just as important as understanding the parts themselves.

In Chemistry the word *complexity* present some ambiguity and it is highly dependent on context. In one characterization a complex system is: (i) one whose evolution is very sensitive to initial conditions or to small perturbations; (ii) one in which the number of independent interacting components is large; (iii) or, one in which there are multiple pathways by which the system can evolve. Analytical descriptions of such systems typically require nonlinear differential equations. In chemistry, almost every thing of interest is complex by one or both definitions.

We are here concerned with "tractable complexity": a subset of complex problems (for example, oscillating reactions) provides classical examples of complex systems in the sense that they can be described analytically by relative simple sets of nonlinear differential equations. But, there are other complex problems of general importance for which there are no simple general solutions.

In the sequence of complexity – from static equilibrium, to dynamic steady state, to dynamic complexity, to chaos – there are chosen sets of chemical reactions whose properties make them appropriate as case studies in complexity. Oscillating reactions of the type represented by the Belousov-Zhabotinsky reaction are perhaps the best-known example. This class of chemical reactions has the characteristic that the simultaneous operation of two processes, reaction and diffusion, results in a system in which the concentration of reactants and products oscillate temporally and spatially and in which this oscillation can result in ordered patterns. In other words, coupled chemical reactions cause changes in concentration of the reagents that, in turn, cause local changes in the oxidation potential of the solution. These potentials can be visualized as oscillating travelling waves in such a reaction.

These reactions can be described mathematically by a system of nonlinear equations of greater or lesser complexity, but equations bellow represent a minimum set of two reaction-diffusion equations

$$\partial u/\partial t = F(u, v) + D_u \nabla^2 u \qquad (5.1)$$

$$\partial v/\partial t = \varepsilon G(u, v) + D_v \nabla^2 v \qquad (5.2)$$

Here, $u$ is the concentration of a species that catalyze reaction; $v$ is the concentration of a species that inhibits reactions; $\partial u/\partial t$ and $\partial v/\partial t$ describe changes in concentration of $u$ and $v$, respectively with time; $F(u, v)$ and $\varepsilon G(u, v)$ characterize reactions between $u$ and $v$, respectively; and $Du$ and $Dv$ are the diffusion coefficients of $u$ and $v$, respectively.

An important motivation in chemistry of studying complexity has been to learn about processes in living systems. One of the most striking characteristics of cells is the sheer complexity of metabolism. The human genome probably has on the order of 105 expressed gene products; many of these proteins are enzymes, receptors, and members of signalling sequences, that is, functional parts of metabolism. Understanding a system with this many interacting components is clearly out of the question. A more tractable problem is to examine discrete, relatively self-contained sections of metabolism. One metabolic cycle that has been studied in substantial detail is glycolysis, that is, the conversion of glucose to pyruvate with the production of adenosine 5′-triphosphate and the reduced form of nicotinamide adenine dinucleotide (NAD)[2]. This sequence of reactions involves 10 enzymes, with various levels of modulation of the catalytic activities of some of these enzymes by the products of others.

The second example of complexity I would like to mention concerns *biological signalling systems*. Biological signalling pathways interact with one another to form complex networks. Complexity arises from the large number of components, many with isomorphs that have partially overlapping functions; from the connections among components; and forms the spatial relationship between components.

Signalling in biological systems occurs at multiple levels. Already compartmentalization introduces several levels of complexity. First, many signalling components and their substrates are anchored in the plasma membrane. The plasma membrane provides a milieu for biochemical reactions that is quite distinct from the cytoplasm in its properties. The lipid environment enables a new class of reactions involving hydrophobic interactions. Organelle formation leads to a further expansion of the possible cellular microenvironments, each with different biochemical properties and signalling capabilities. Second, the separation of reactions in space allows the same molecules in the same cell to carry entirely different signals. In other words, we already have signalling "wires" distinguished by the identity of the molecules in the pathways. Compartmentalization duplicates these existing wires and separates them in space. This multiplies the number of signals they can carry about.

In addition to sub-cellular compartmentalization recent research has highlighted the role of molecular scaffolds that provide regional organization by assembling signalling components into functional complexes. The cytoskeleton is a dynamic framework on which the cell builds this regional organization. The most dramatic example of its dynamism is cell division. In the quiescent cell, it is both the substrate and the scaffold for signalling processes.

---

[2] Nicotinamide adenine dinucleotide (NAD and its relative nicotinamide adenine dinucleotide phosphate (NADP) are two of the most important coenzymes in the cell. NADP is simply NAD with a third phosphate group attached. NAD participates in many redox reactions in cells, including those in glycolysis, and most of those in the citric acid cycle of cellular respiration. NADP is the reducing agent produced by the light reactions of photosynthesis, consumed in the Calvin cycle of photosynthesis, and used in many other anabolic reactions in both plants and animals.

A prime example of its dual role is its synapse. Here the cytoskeleton, in particular the pre- and postsynaptic structures, are the anchors for a wide array of synaptic signalling molecules. Consequently, modifications of the synaptic cytoskeleton are a likely candidate for causing long-term changes in synaptic efficacy.

To conclude this section, we point out some theoretical remarks about characteristic properties of complex living systems. Let's start with some observations.

### 4.1. Network behaviours and emergent properties

1. Today, it is clear that the specificity of a complex biological activity does not arise from the specificity of the individual molecules that are involved, as these components frequently work in many different processes. For instance, genes that affect memory formation in the fruit fly encode proteins in the cyclic adenosine monophosphate (cAMP)[3] signalling pathway that are not specific to memory. Biological specificity results from the way in which these components assemble and work together. Interactions between the parts, as well as influences from the environment, give rise to new features, such as network behaviour.

2. Consequently, "emergence" has appeared as a new concept that complements "reduction" when reduction fails. Emergent properties resist any attempt at being predicted or deduced by explicit calculation or any other means. In this regard, emergent properties differ from resultant properties, which usually can be predicted from lower-level information. For example the resultant mass of a multi-component protein assembly is simply equal to the sum of the masses of each individual component. However, the way in which we test the saltiness of sodium chloride is not reducible to the properties of sodium and chlorine gas.

An important aspect of emergent properties is that they have their own causal powers, which are not reducible to the powers of their constituents. For instance, the experience of pain can alter human behaviour, but the

[3] Cyclic adenosine monophosphate (cAMP, cyclic AMP or 3′-5′-cyclic adenosine monophosphate) is a second messenger important in many biological processes. cAMP is derived from adenosine triphosphate (ATP) and used for intracellular signal transduction in many different organisms, conveying the cAMP-dependent pathway. One important intracellular signal transduction is the transferring of the effects of hormones like glucagon and adrenaline, which cannot pass through the cell membrane. It is involved in the activation of protein kinases and regulates the effects of adrenaline and glucagon. It also regulates the passage of $Ca^{2+}$ through ion channels.

lower-level chemical reactions in the neurons that are involved in the perception of pain are not the cause of the altered behaviour as the pain itself has causal efficacy. It should be added that the concept of emergence implies “down-ward causation” by which higher-level systems influence lower-level con figurations.

3. The constituents of complex systems interact in many ways, including negative feedback and feed-forward control, which lead to dynamic features (i.e., evolving in time and changing with time) that cannot be predicted satisfactorily by linear mathematical models that disregard cooperativity and non-additive effects.

4. Robustness is another essential property of biological systems. Understanding the mechanisms and principles underlying biological robustness is necessary for an in-depth understanding of biology at the system level. The phenomenological properties exhibited by robust systems can be classified into three areas: (i) *adaptation*, which denotes the ability to cope with environmental changes; (ii) *parameter insensitivity*, which indicate a system’s relative insensitivity to specific kinetic parameters; (iii) *graceful degradation*, which reflects the characteristic slow degradation of a system’s functions after damage, rather than catastrophic failure.

In other systems, such as fluid-mechanics systems, and also engineering systems, robustness is attained by using the following properties: (a) the capability to form a system control such as negative feedback and feed-forward control; (b) *redundancy*, whereby multiple components with equivalent functions are introduced for backup; (c) structural stability, where intrinsic mechanisms are built to promote stability; and (d) modularity, where sub-systems are physically or functionally insulated so that failure in one module does not spread to other parts an lead to system-wide catastrophe.

## 5. Remarks about the property of structural stability and on self-organization

It remains an open question whether the property of structural stability used in the biological context present some similar characteristics with respect to the concept of structural stability as it has been defined in differential topology in the 1960s by R. Thom and S. Smale.

Intuitively, a *phase portrait* (i.e. all the qualitatively different trajectories of the system) is structural stable if its topology cannot be changed by an arbitrarily small perturbation to the vector field. For instance, the phase portrait of a saddle point is structurally stable, but that of a center is not: an arbitrarily small amount of damping converts the center to a spiral. Related to the concept of structural stability, we have the notions of *attractor* and strange *attractor*. The term attractor is difficult to define in a rigorous way. Loosely speaking, an attractor is a set to which all neighbouring trajectories converge. More precisely, we define an attractor to be a closed set $A$ with the following properties: (i) $A$ is an invariant set: any trajectory $x(t)$ that starts in $A$ stays in $A$ for all times; (ii) $A$ attracts an open set of initial conditions: there is an open set $U$ containing $A$ such that if $x(0) \in U$, then the distance from $x(t)$ to $A$ tends to zero as $t \to \infty$. This means that $A$ attracts all trajectories that start sufficiently close to it. The largest such $U$ is called the *basin of attraction of A*; (iii) $A$ is minimal: there is no proper subset of $A$ that satisfies conditions (i) and (ii).

Finally, we define a strange attractor to be an attractor that exhibits sensitive dependence on initial conditions. Examples of strange attractors are fractal sets and also chaotic attractors. Just to conclude this section, let us remark that the four properties listed above are also found in biological systems. Bacterial chemotaxis[4] is an example of negative feedback that attains all three aspects of robustness. Redundancy is seen at the gene level, where it functions in control of the cell cycle and circadian rhythms, and at the circuit level, where it operates in alternative metabolic pathways in *E. coli*. Structural stability provides insensitivity to parameter changes in the network responsible for segment formation in Drosophila. And modularity is exploited at various scales, from the cell itself to compartmentalized yet interacting signal-transduction cascades.

Lastly, the concept of self-organization in cellular architecture is linked to the complexity of biological systems. A central question in modern cell biology is how large, macroscopic cellular structures are formed and maintained. It is unknown what determines the different shapes and sizes of cellular organelles, why specific structures form in particular places, and how cellular architecture is affected by function and vice-versa.

[4] *Chemotaxis* is the phenomenon in which somatic cells, bacteria, and other single-cell or multicellular organisms direct their movements according to certain chemicals in their environment. This is important for bacteria to find food (for example, glucose) by swimming towards the highest concentration of food molecules, or to flee from poisons (for example, phenol). In multicellular organisms, chemotaxis is critical to early development (e.g. movement of sperm towards the egg during fertilization) and subsequent phases of development (e.g. migration of neurons or lymphocytes) as well as in normal functions. In addition, it has been recognized that mechanisms that allows chemotaxis in animals can be subverted during cancer metastasis.

Two fundamentally different mechanisms exist to generate macromolecular structures: *self-assembly* and *self-organization*. Whereas self-assembly involves the physical association of molecules into an equilibrium structure, self-organization involves the physical interaction of molecules in a steady-state structure. For example, virus and phage proteins self-assemble to true equilibrium and form stable, static structures. In contrast, most cellular structures (i.e., the cytoskeleton, nuclear compartments, or endocytic compartments) are open for exchange of energy and matter and are governed by steady-state dynamics.

The concept of self-organization is based on observations of chemical reactions far from equilibrium, and it is well established in chemistry, physics and ecology. Self-organization in the context of cell biology can be defined as the capacity of a macromolecular complex or organelle to determine is own structure based on the functional interactions of its components. In a self-organized system, the interactions of its molecular parts (and not the molecular parts them-selves) determine its architectural and functional features. The processes that occur within a self-organized structure are not underpinned by a rigid architectural framework; rather, they determine its organization.

For self-organization to act on macroscopic cellular structures, three requirements must be fulfilled: (i) a cellular structure must be dynamic; (ii) matter and energy must be continuously exchanged; (iii) overall stable configuration must be generated from dynamic components.

Recent studies indicate that many cellular structures fulfil the requirements for self-organization. Particularly, self-organization seems to play an important role in the construction and dynamics of three major macroscopic cellular structures: namely the cytoskeleton, the cell nucleus, and the Golgi complex.

Why self-organization? And why self-organization is related to complexity? To answer these questions, consider the followings facts. Macroscopic cellular structures are characterized by two apparently contradictory properties. On one hand, they must be architecturally stable; on the other hand, they must be flexible and prepared for change. Self-organization ensures structural stability without loss of plasticity. Fluctuations in the interactions properties of its components do not have deleterious effects on the structure as a whole. However, global and persistent changes rapidly result in morphological transformations. The basis for the responsiveness of self-organized structures is the transient nature of the interactions among their components.

The dynamic interplay of components generates frequent windows of opportunity during which proteins can change their interaction partners or be modified. The effective availability of components is controlled by posttranslational modifications via signal transduction pathways.

Self-organization is an elegant, efficient way to organize complex structures. The properties that determine the organization are the intrinsic properties of the structure's components. In protein polymers, the protein-protein interaction properties determine the architecture; in membrane structures the flow of membranes determines the architecture. Thus, self-organization is a simple but effective way to optimally organize cellular structures.

The study of complex dynamic behaviour of cellular structures requires new tools. The behaviour of dynamic cellular structures cannot be described accurately by conventional equilibrium dynamics or by static models. To understand the behaviour of complex (dynamic) systems, the kinetic and topological characteristics of their components must be known. In contrast to the study of molecular mechanisms, isn't must sufficient to understand in detail the behaviour of single molecules; rather, the rules that govern the global and collective behaviour of systems must be uncovered.

## Reference


Atay, F. M., Jost, J., 2004, «On the emergence of complex systems on the basis of the coordination of complex behaviours of their elements: synchronization and complexity», *Complexity*, 10(1), pp. 815-867.

Ballerini, M., *et al.*, 2008, «Interaction Ruling Animal Collective Behaviour Depends on Topological rather than Metric Distance: Evidence from a Field Study», *Proc. Nat. Acad. Sci. USA*, 105, pp. 237-248.

Boi, L., 2006a, «Topological knot theory and macroscopic physics» in *Encyclopædia of Mathematical Physics*, J.-P. Françoise, G. Naber and T.S. Sun (Eds.), Elsevier, Oxford, pp. 271-277.

Boi, L., 2006b, «Géométrie, dynamique et auto-organisation dans la nature et le vivant» in *Symétries, Brisures de Symétries et Complexité en Mathématiques, Physique et Biologie*, L. Boi (Ed.), Peter Lang, Bern, pp. 9-19.

Boi, L., 2007, «Geometrical and topological modelling of supercoiling in supramolecular structures», *Biophysical Reviews and Letters*, 2 (3/4), pp. 287-299.

Boi, L., 2008, «Topological ideas and structures in fluid dynamics», *JP Journal of Geometry and Topology*, 8 (2), pp. 151-184.

Boi, L., 2011a, «When Topology Meets Biology 'For Life'. The Interaction Between Topological Forms and Biological Functions» in *New Trends in Geometry. Their Role in the Natural and Life Sciences*, C. Bartocci, L. Boi, C. Sinigaglia, Imperial College Press, London, pp. 241-302.

Boi, L., 2011b, «Geometry of dynamical systems and topological stability: from bifurcations, chaos and fractals to dynamics in natural and life sciences», *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 21 (3), pp. 1-52.

Boi, L., 2011c, «Plasticity and Complexity in Biology: Topological Organization, Regulatory Protein Network, and Mechanisms of Genetic Expression» in *Information and Biological Systems. Philosophical and Scientific Perspectives*, G. Terzis and R. Arp (eds.), The MIT. Press, Cambridge, MA, pp. 234-279.

Bocchi, G., and Ceruti, M. (Eds.), 1985, *La sfida della complessità*, Feltrinelli, Milan.

Cencini, M., Cecconi, F., and Vulpiani, V., 2009, *Chaos: From Simple Models to Complex Systems*, World Scientific, Singapore.

Cornish-Bowden, A., and M.L. Cárdenas, 2005, «System biology may work when we learn to understand the parts in terms of the whole», *Biochemical Society Transactions*, 33, pp. 516-519.

Del Re, G., 1996, «Organization, Information, Autopoiesis: From Molecules to Life» in *The Emergence of Complexity in Mathematics, Physics, Chemistry, and Biology*, B. Pullman (Ed.), Pontificia Academia Scientiarum, Vatican City/Princeton University Press, Princeton, pp. 277-305.

Gell-Mann, 1995, «What is Complexity?», *Complexity*, 1, pp.16-19.

Jost, J., 1998, «On the notion of complexity», *Theory in Biosciences*, 117, pp. 161-171.

Kauffman, S., 1993, *The Origins of Order: Self-Organization and Selection in Evolution*, Oxford University Press, Oxford.

Kauffman, S., 1995, *At Home in the Universe: The Search for Laws of Self-Organization and Complexity*, Oxford University Press, Oxford.

Nedelec, F., Surrey, T., and E. Karsenti, 2003, «Self-organization and forces in the microtubule cytoskeleton», *Curr. Opin. Cell Biol.*, 15 (1), pp. 118-124.

Mastelli, T., 2001, «The concept of self-organization in cellular architecture», *The Journal of Cell Biology*, 155 (2), pp. 181-185.

May, R. M., 1976, «Simple mathematical models with very complicated dynamics», *Nature*, 261, pp. 459-464.

Meinhardt, H., 2000, «Biological Pattern Formation as a Complex Dynamic Phenomena» in *Pattern Formation in Biology, Vision and Dynamics*, A. Carbone, M. Gromov, P. Prusinkiewicz (Eds.), World Scientific, Singapore, pp. 97-132.

Nicolis, G., Prigogine, I., 1989, *Exploring Complexity: An Introduction*, Freeman, New York.

Parisi, G., 1988, *Statistical Field Theory*, Addison-Wesley, Redwood City, CA.

Prigogine, I., Nicolis, G., 1977, *Self-Organization in Non-Equilibrium Systems*, Wiley, New York.

Smale, S., 1980, *The Mathematics of Time. Essays on Dynamical Systems, Economics Processes, and Related Topics*, Springer-Verlag, New York.

Strogatz, S. H., 1994, *Nonlinear dynamics and chaos. With applications to physics, biology, chemistry, and engineering*, Perseus Publishing, New York.

Thom, R., 1994, *Stabilité structurelle et morphogenèse*, W. A. Benjamin, New York.

Tononi, G., Sporns, O, Edelman, G., 1944, «A measure for brain complexity: relating functional segregation and integration in the nervous system», *Proc. Nat. Acad. Sci. USA*, 91, pp. 5033-5037.

Wang, L. et al., 2005, «Cyclic AMP (cAMP) and cAMP Receptor Protein Influence both Synthesis and Uptake of Extracellular Autoinducer 2 in Escherichia coli», *Journal of Bacteriology*, 187(6), pp. 2066-2076.

# Coscienza e fisicalismo minimale

Claudio Calosi
Università degli Studi di Urbino Carlo Bo
claudio.calosi@uniurb.it

Vincenzo Fano
Università degli Studi di Urbino Carlo Bo
vincenzo.fano@uniurb.it

## Introduzione

In questo lavoro si presenta un nuovo esperimento mentale che solleva un particolare problema per quello che possiamo chiamare "fisicalismo minimale" in filosofia della mente. In particolare si argomenta che il fisicalismo minimale o i) non è in grado di fornirne un resoconto adeguato dell'esperimento mentale presentato, o ii) viene costretto a fornire un resoconto che è fortemente in contrasto con la nostra immagine scientifica del mondo. Il problema sollevato è un particolare esempio di quelli che Chalmers (1996) definisce *hard problems* in filosofia della mente. Questa è la struttura del lavoro. Nella sezione 2. si presenta l'esperimento mentale, che chiameremo di Shem-Shaun[1]. Nella sezione 3. illustriamo il nostro argomento principale contro il fisicalismo minimale a partire dall'esperimento mentale della sezione precedente. Nella sezione conclusiva si discutono diversi modi di controbattere all'argomento principale e le sue conseguenze per il fisicalismo.

[1] Abbiamo ripreso i nomi dai due gemelli protagonisti di *Finnegan's Wake* di James Joyce.


"Coscienza e fisicalismo minimale", in *Complessità e riduzionismo,* pp. 37-46
Published by Isonomia, Rivista online di Filosofia – Epistemologica – ISSN 2037-4348
Università degli Studi di Urbino Carlo Bo
http://isonomia.uniurb.it/epistemologica

## 1. L'Esperimento Mentale Shem-Shaun

Si considerino due gemelli identici, Shem e Shaun. Si immagini adesso che Shem e Shaun siano più che gemelli identici. Siano *duplicati* – abbiano cioè esattamente le stesse proprietà intrinseche – nel senso di Lewis (1986, p. 61), per prendere in prestito un termine familiare in metafisica analitica. Anzi, siano Shem e Shaun due individui numericamente diversi ma indistinguibili se non per la loro collocazione spaziale.

Non entriamo qui nella delicata questione della validità del principio di identità degli indiscernibili. Si assume però che una situazione del genere sia fisicamente possibile. Coloro che volessero sostenere che tale assunzione è controversa, e che Shem e Shaun sarebbero numericamente identici, e con questo bloccare il nostro argomento sul nascere, dovrebbero anche essere disposti a sostenere che nel mondo esisterebbero solo sei quark, *up*, *down*, *top*, *bottom*, *strange* e *charme*, dato che nulla distingue due quark dello stesso tipo se non la loro collocazione spaziale.

Dunque Shem e Shaun sono due individui numericamente diversi ma indistinguibili. Siano messi, immediatamente dopo la nascita in due stanze diverse, Stanza-Shem e Stanza-Shaun rispettivamente. Si assuma che la Stanza-Shem e la Stanza-Shaun siano esse stesse perfetti duplicati. I due gemelli vengano legati a due sedie nella stessa collocazione spaziale relativa. Le sedie sono esse stesse l'una il duplicato dell'altra. Siano legati alle sedie e impossibilitati a compiere un qualsiasi movimento. Si supponga inoltre che a $t_0$ le due stanze siano completamente nel buio e nel silenzio.

Si supponga che a $t_1$ una luce rossa di una particolare frequenza, la si chiami Luce-Rossa-Shem, collocata in una particolare posizione spaziale su una parete, venga accesa nella Stanza-Shem per 3 secondi. Allora a $t_1$ una luce rossa, la si chiami, Luce-Rossa-Shaun, che è un perfetto duplicato della Luce-Rossa-Shem, viene accesa per 3 secondi nella stessa collocazione spaziale relativa nella Stanza-Shaun.

Si supponga che a $t_2$ un suono di un particolare tono, intensità e timbro, lo si chiami Suono-Shem, venga emesso da una sorgente collocata in una determinata posizione spaziale e venga udito per 3 secondi nella Stanza-Shem. Allora un suono dello stesso tono, intensità e timbro, lo si chiami Suono-Shaun, che è un perfetto duplicato del Suono-Shem, viene emesso da un duplicato naturale della sorgente menzionata sopra collocata nella stessa posizione spaziale relativa, e viene udito nella Stanza-Shaun per 3 secondi.

Questo dovrebbe essere sufficiente per far comprendere il *setting* dell'esperimento mentale. Per dirla brevemente, si chiami World-Shem (*W-Shem*), l'insieme della Stanza-Shem e di tutti gli oggetti fisici ed eventi che vi sono collocati. Si chiami invece World-Shaun (*W-Shaun*), l'insieme della Stanza-Shaun e di tutti gli oggetti fisici ed eventi che vi sono collocati. Allora *W-Shem* e *W-Shaun* sono perfetti duplicati, anzi possono essere considerati due individui numericamente diversi e indistinguibili se non per la collocazione spaziale. Ne segue che per ogni caratteristica fisica[2] *f-Shem* in *W-Shem* esiste una caratteristica fisica *f-Shaun* in *W-Shaun* che è un perfetto duplicato della prima. Da questo deriva a sua volta l'indistinguibilità fisica di *W-Shem* e *W-Shaun*:

> (*Indistinguibilità Fisica IF*): Non esiste una caratteristica fisica *f* tale che *W-Shem* e *W-Shaun* sono distinguibili rispetto a *f*, tranne la collocazione spaziale.

Questo è, brevemente, l'esperimento mentale Shem-Shaun. Nella sezione successiva si argomenterà che, dato *IF*, tale esperimento solleva un importante problema per il fisicalismo minimale.

## 2. Fisicalismo Minimale, Sopravvenienza e coscienza

Ci sono naturalmente diverse varianti di Fisicalismo[3]. È possibile definire quello che chiameremo Fisicalismo Minimale, in quanto è una delle sue forme più deboli. A tal fine useremo la nozione di sopravvenienza nel modo seguente:

> (*Fisicalismo Minimale FM*): Ogni proprietà mentale *M* o insieme di proprietà mentali *M sopravviene* su un qualche insieme di proprietà fisiche *P*.

È bene essere espliciti riguardo alle nozioni e alle assunzioni dell'argomento che stiamo andando a proporre. Una di queste assunzioni è una certa caratterizzazione standard della nozione di "sopravvenienza", che serve per la comprensione stessa di *FM*. La definizione seguente è stata adattata da Kim (1984):

(*Sopravvenienza delle Proprietà Mentali SPM*): Sia $M_1 \dots M_n$ un insieme **M** di proprietà (monadiche o poliadiche) mentali e siano $x_1 \dots x_o$ individui che

[2] Siamo deliberatamente vaghi a questo stadio iniziale dell'argomento.
[3] Si veda ad esempio Chalmers (1996), Horgan (1982), Jackson (1994), Kim (1984) e Lewis (1983) per nominarne solo alcuni.

possano istanziare tali proprietà. Sia inoltre $P_1 \ldots P_m$ un insieme **P** di proprietà (monadiche o poliadiche) fisiche che possono essere istanziate dagli stessi individui. Allora, per ogni coppia $M_i$, $M_j$ con $M_i, M_j \in \mathbf{M}$ e $M_i \neq M_j$, se $M_i(x_{i1} \ldots x_{ik})$ e $M_j(x_{j1} \ldots . x_{jl})$, allora esistono due proprietà fisiche $P_i$ e $P_j$ tali che valgono tutte le seguenti condizioni:

i) $P_i \neq P_j$
ii) $P_i(x_{i1} \ldots x_{ik})$ e $P_j(x_{j1} \ldots . x_{jl})$
iii) necessariamente $P_i(x_{i1} \ldots x_{ik}) \rightarrow M_i(x_{i1} \ldots x_{ik})$
e necessariamente $P_j(x_{j1} \ldots . x_{jl}) \rightarrow M_j(x_{j1} \ldots . x_{jl})$,

dove il senso di "necessariamente" deve essere adeguatamente specificato. Differenti caratterizzazioni di tale necessità, logica, metafisica o nomologica, comportano diversi concetti di sopravvenienza. Nel seguito intenderemo tale necessità in senso nomologico, cioè esistono una o più leggi di natura che giustificano le implicazioni iii). In altre parole, se due gruppi di individui $x_{i1} \ldots x_{ik}$ e $x_{j1} \ldots . x_{jl}$ hanno distinte proprietà mentali $M_i$ e $M_j$ devono esistere due proprietà fisiche $P_i$ e $P_j$ tali che $x_{i1} \ldots x_{ik}$ e $x_{j1} \ldots . x_{jl}$ hanno $P_i$ e $P_j$ rispettivamente e tali che l'istanziazione di tali proprietà da parte di $x_{i1} \ldots x_{ik}$ e $x_{j1} \ldots . x_{jl}$ implichi nomologicamente l'istanziazione delle rispettive proprietà mentali. *SPM* chiarisce come interpretare *FM*. In pratica: nessuna *M*-differenza senza una *P*-differenza[4].

Notiamo inoltre che i termini "mentale" e "fisico" vanno intesi non come caratterizzazioni strettamente ontologiche, ma come predicati d'uso scientifico. Ovvero una proprietà è mentale quando è il riferimento di un termine che compare in modo essenziale nelle nostre migliori teorie psicologiche[5]. "Essenziale" significa che non è sostituibile con un tipo di comportamento o con un parametro neurofisiologico. Qualcosa di simile si può dire del termine "proprietà fisiche". Sono proprietà fisiche la concentrazione della serotonina in una sinapsi, il potenziale d'azione di un neurone, la lunghezza di un assone, il numero di dendriti di un neurone ecc.

Per proseguire la nostra argomentazione, abbiamo bisogno di chiarire alcune nozioni di filosofia della mente. Intendiamo per *essere senziente* un individuo che è in qualche modo in grado di istanziare un qualche insieme di proprietà mentali $M_1 \ldots M_n$. Un *essere cosciente* è, invece, un essere senziente che, a volte, quando istanzia una particolare proprietà mentale $M_i$,

[4] Shem e Shaun sono immersi in situazioni fisicamente indistinguibili, per cui è qui irrilevante se le loro proprietà mentali abbiano o meno caratteristiche esternaliste.
[5] Assumiamo qui il realismo delle proprietà, ma probabilmente il nostro argomento potrebbe essere riformulato senza, anche se in modo più complicato.

istanzia anche la proprietà mentale *Self* ($M_i$) relativa alla proprietà mentale $M_i$, cioè l'essere cosciente di $M_i$. E' chiaro che con questo non abbiamo specificato in che cosa consista questa nuova proprietà. Le proprietà mentali $M_1$….$M_n$ vengono chiamate *proprietà mentali del primo ordine*. Resta il problema di comprendere che cosa sia la proprietà mentale *Self* ($M_i$). Non abbiamo qui bisogno di una precisa caratterizzazione di tale proprietà, che, come è noto, è molto difficile da individuare. E' sufficiente la seguente assunzione:

> *Principio dell'io penso* (*PIP*). Se *Q* possiede la proprietà *Self* ($M_i$), allora *Self* ($M_i$) è del tutto determinata da $M_i$.

In pratica, stiamo assumendo che l'individuo *Q* può essere cosciente di $M_i$ in un solo modo. È chiaro che se *Q* cambia nel tempo anche il suo modo di essere cosciente cambierà. Tutto ciò è molto ragionevole e non ha bisogno di ulteriori giustificazioni[6]. L'abbiamo chiamato "Principio dell'Io Penso" perché ricorda Kant nella misura in cui la coscienza è una vuota funzione dei nostri vissuti o proprietà mentali del primo ordine. A differenza però del filosofo tedesco la nostra coscienza non è sempre la stessa funzione nel tempo.

Si supponga adesso che $M_1$…$M_n$ esauriscano tutte le proprietà mentali del primo ordine di un particolare individuo *X* a un certo istante *t*. Allora *Self* ($M_1$…$M_n$) viene detta *coscienza massimale* di *X*. Le proprietà mentali di tipo *Self* possiamo chiamarle invece del secondo ordine.

È ragionevole supporre che la proprietà *Self* massimale cambia se cambia l'individuo a cui pertiene. Ovvero individui diversi hanno coscienza massimale diversa:

> (*Identità Numerica Individui Coscienze INIC*): Per tutti gli individui coscienti numericamente distinti *n* esistono *n* distinte proprietà di avere una coscienza massimale.

In altre parole *INIC* coglie una particolare caratteristica della proprietà mentale del secondo ordine di avere una coscienza massimale, il fatto che ogni distinto individuo cosciente ha una sua propria distinta coscienza

[6] *PIP* non è in contrasto con i diversi tipi di personalità multipla noti in letteratura, da quelli dovuti alla recisione del corpo calloso a quelli causati da gravi traumi infantili, poiché in questi casi una stessa situazione mentale conterrà allo stesso tempo due o più coscienze separate, ma questo non significa che la stessa situazione mentale può dare origine a coscienze diverse.

massimale tra le proprie proprietà mentali. Supponiamo, ad esempio, che Anna Livia Plurabelle[7] sia una individuo cosciente. Allora non è possibile per lei istanziare la proprietà di avere la coscienza massimale di James Joyce, o di qualunque altro individuo. Adesso tutto è pronto per formulare l'argomento principale da cui deriva che il *Fisicalismo Minimale FM* non sarebbe in grado di fornire un adeguato resoconto dell'esperimento Shem-Shaun. Ecco il ragionamento:

1. Si supponga che Shem e Shaun abbiano le seguenti proprietà mentali del primo ordine rispettivamente, $\{M_{1\ Shem}, \ldots, M_{n\ Shem}\}$ e $\{M_{1\ Shaun}, \ldots, M_{n\ Shaun}\}$. Si chiami il primo insieme *M-Shem* e il secondo *M-Shaun*.

2. Il *setting* è costituito in modo che fra *W-Shem* e *W-Shaun* sussiste *Indistiguibilità Fisica*. Dunque, se vale il *Fisicalsimo minimale,* si conclude che *M-Shem* = *M-Shaun*.

3. Si supponga adesso che sia Shem che Shaun siano due esseri coscienti. Allora esistono due proprietà mentali del secondo ordine *Self* (*M-Shem*) e *Self* (*M-Shaun*). Tali proprietà non sono infatti altro che l'avere la coscienza massimale di Shem e Shaun rispettivamente.

4. A questo punto, da *INIC* possiamo dedurre che *Self* (*M-Shem*) ≠ *Self* (*M-Shaun*). Tali proprietà mentali sono proprietà mentali degli stessi individui delle quali sono determinate, cioè *Self* (*M-Shem*) è una proprietà di Shem e *Self* (*M-Shaun*) è una proprietà di Shaun.

5. Allora, dato il *Fisicalismo Minimale* e la caratterizzazione di sopravvenienza in *SPM* devono esistere due proprietà[8] fisiche $P_i$ e $P_j$ tali che $P_i \neq P_j$ e valga $P_i$ (*Shem*) e $P_j$ (*Shaun*), cioè $P_i$ è proprietà di Shem e $P_j$ è proprietà di Shaun.

6. Ma segue naturalmente dall'indistinguibilità fisica *IF* di *W*-Shem e *W-Shaun* che non esistono tali proprietà.

Abbiamo dunque dedotto una contraddizione dal *Fisicalismo Minimale* (*FM*), dall'*Identità Numerica Individui Coscienze* (*INIC*) e dal *Principio dell'Io Penso* (*PIP*). E' molto difficile sostenere che individui diversi possano avere la *stessa* coscienza nel senso numerico del termine (*non*

[7] Abbiamo sempre ripreso da *Finnegan's Wake*.
[8] Possono essere naturalmente due insiemi di proprietà. Siccome nulla dipende da questo nell'argomento ci si riferisce al caso semplice di due proprietà.

*INIC*). E' anche abbastanza strano sostenere che si possa essere in stati coscienti diversi senza cambiare alcuna proprietà mentale (*non PIP*). Dunque l'anello debole sembra essere proprio il *Fisicalismo Minimale*, che quindi viene messo in discussione da questo esempio.

Esiste tuttavia una replica a questa prima formulazione dell'argomento che un fisicalista potrebbe avanzare. Il fisicalista potrebbe infatti argomentare che siamo stati troppo frettolosi nel sostenere il principio di *Indistinguibilità Fisica* per *W-Shem* e *W-Shaun*. In realtà, prosegue il fisicalista, esiste, anche nell'esperimento Shem-Shaun, una caratteristica fisica in grado di distinguere *W-Shem* e *W-Shaun*. Anzi, è proprio quella caratteristica fisica che ha garantito che si potessero considerare Shem e Shaun come due individui numericamente distinti in prima battuta. Stiamo naturalmente parlando della loro collocazione spaziale[9]. Si usi la seguente notazione:

*ExL-R*(*x*) per *x* è esattamente collocato nella regione *R*[10].

Allora, continua il fisicalista, esiste una caratteristica fisica che distingue *W-Shem* e *W-Shaun* dopotutto, ed è il fatto che Shem e Shaun godono di proprietà del genere di *ExL-R* diverse. Tale differenza viene poi usata per rendere conto della diversità nelle proprietà mentali di Shem e Shaun, salvando in questo modo il *Fisicalismo Minimale* dal nostro argomento.

Questa replica, per quanto ragionevole, non risolve tuttavia i problemi per il fisicalismo, ma li rimanda solamente. O almeno questo è quello che si cerca di argomentare nel seguito della sezione. Prima di tutto è da notare un dettaglio che potrebbe apparire almeno controverso. Il nostro argomento implica non solo che deve esserci una caratteristica fisica in grado di distinguere *W-Shem* da *W-Shaun*, ma la conseguenza più forte che esistano due proprietà fisiche diverse instanziate da Shem e Shaun rispettivamente. Allora il fiscalista è costretto a sostenere che l'esatta collocazione di Shem e Shaun è da contarsi tra le loro proprietà fisiche. Questo è di per sé già abbastanza controverso.

Per dare comunque al fisicalista la maggiore possibilità di difesa, si conceda che questo possa essere consistentemente sostenuto, ad esempio invocando particolari interpretazioni delle nostre migliori teorie spazio-

[9] Considerare la collocazione spaziale o spaziotemporale risulta irrilevante ai fini dell'argomento. Ci si riferisce dunque al caso della sola collocazione spaziale.
[10] Nulla nell'argomento dipende dal fatto che si considera l'esatta collocazione come una proprietà monadica piuttosto che una relazione a due posti che intercorre tra un oggetto e una regione spaziale.

temporali[11]. Ne segue comunque che esistono due proprietà fisiche $ExL\text{-}R_{Shem}$ e $ExL\text{-}R_{Shaun}$ tali che $ExL\text{-}R_{Shem} \neq ExL\text{-}R_{Shaun}$ e $ExL\text{-}R_{Shem}(Shem)$, $ExL\text{-}R_{Shaun}(Shaun)$ valgono entrambe. La distinzione nelle proprietà mentali tra Shem e Shaun dipende in qualche modo dalla distinzione indotta da queste proprietà fisiche, contrariamente alla nostra conclusione.

Il problema con questa linea di difesa è che i sostenitori del *Fisicalismo Minimale* devono intendere tale dipendenza nei termini della sopravvenienza delineata in *SPM*. Ma una stretta applicazione di *SPM* implica il seguente principio, che sembra essere non solo veramente controverso di per sé, ma anche fortemente in contrasto con la nostra immagine scientifica del mondo. Tale principio può venire formulato nel modo seguente:

> (*Collocazione Necessariamente Implica Coscienza CoNIC*): è necessario che $ExL\text{-}R_{Shem}(Shem) \rightarrow Self(M\text{-}Shem)(Shem)$ ed è necessario che $ExL\text{-}R_{Shaun}(Shaun) \rightarrow Self(M\text{-}Shaun)(Shaun)$.

Come si è già detto diverse interpretazioni dell'operatore di necessità danno vita a diverse forme di sopravvenienza e conseguentemente a diverse letture di principi quali *CoNIC*. Ma è facile vedere che anche la lettura più debole di tale operatore, quella nomologica, rende un principio come *CoNIC* in contrasto con la nostra immagine scientifica del mondo. Infatti, secondo tale lettura, esisterebbe una legge di natura tale che una particolare collocazione spaziale implicherebbe l'avere una particolare coscienza. In altre parole, che Shem abbia la sua particolare coscienza massimale dipende dal fatto che Shem è collocato dove è collocato. Lo stesso vale per Shaun. Se Shaun fosse stato collocato nella stanza di Shem avrebbe avuto una coscienza diversa. E lo stesso vale per Shem. Qualunque teoria filosofica che abbia come conseguenza un principio come *CoNIC* dovrebbe essere ritenuta fortemente problematica, proprio perché contraria all'immagine scientifica del mondo, almeno al grado di conoscenza attuale. E abbiamo appena argomentato che il *Fisicalismo Minimale,* se vuole dare un resoconto dell'esperimento Shem-Shaun, implica esattamente tale conseguenza.

## 3. Conclusione

[11] Ci si potrebbe riferire al fatto che ogni punto dello spazio-tempo in relatività generale può avere metrica diversa.

Per concludere è bene considerare alcuni modi di evitare l'argomento presentato e alcune delle sue conseguenze.

Un primo modo molto generale è naturalmente dato dallo scetticismo sul ruolo epistemologico degli esperimenti mentali in filosofia della mente. Non è possibile tentare una difesa di tale ruolo in questa sede. Ci si limita dunque ad osservare che il ricorso ad esperimenti mentali è pratica notevolmente diffusa. Basti ricordare l'esperimento mentale della neuro-fisiologa della visione Mary in Jackson (1982) e Jackson (1984) e quello sulla possibilità logica degli zombie in Chalmers (1996) per fare solo pochi, famosi esempi. Tuttavia questo aspetto meriterebbe un'ulteriore discussione.

Una seconda possibilità è data dall'obiettare alla nostra definizione di sopravvenienza o alla particolare interpretazione nomologica che si è attribuita a tale nozione. Due cose sono però da osservare. La prima, più generale, è che la definizione usata è quella standard, ormai ampiamente accettata e condivisa. Quanto alla sua interpretazione in senso nomologico si osserva solamente che questa è in definitiva quella più debole. Dunque se il nostro argomento presenta una effettiva difficoltà per il fisicalismo lo farà a maggior ragione per una qualunque interpretazione della sopravvenienza che invece faccia ricorso a nozioni di necessità più forti, quali quella logica o metafisica. Da notare che si è opportunamente qualificato il fisicalismo come minimale anche per questa ragione.

Paradossalmente si potrebbe tentare di salvare il fisicalismo non indebolendo, ma rafforzando la sua formulazione. Si supponga infatti di sostenere la seguente versione del fisicalismo:

> (*Fisicalismo dell'Identità dei Tipi FIT*): Per ogni proprietà mentale $M_i$ esiste una proprietà fisica $P_i$ o un insieme di proprietà fisiche $\{P_{i1}\ldots P_{in}\}$ tali che o $M_i = P_i$ o $M_i = \{P_{i1}\ldots P_{in}\}$.

La prima cosa da notare é che, di per sé, *FIT* non implica alcuna istanza eliminativista nei confronti delle proprietà mentali. Vediamo poi perché *FIT* é immune dal nostro argomento. Siano $Self(M_1\ldots M_m)$ e $Self(M_n\ldots M_z)$ le coscienze massimali di due individui distinti. Allora, dato *FIT* esisteranno proprietà fisiche, siano per semplicità $P_1$ e $P_2$, tali che $Self(M_1\ldots M_m) = P_1$ e $Self(M_n\ldots M_z) = P_2$. Abbiamo ipotizzato che non sia possibile che due individui abbiano la stessa coscienza, cioè *INIC*. Si può vedere, però, che se vale l'identità dei tipi, cioè *FIT*, allora *INIC* può venir violato. Infatti, si supponga che $P_1 = P_2$. Allora banalmente, $Self(M_1\ldots M_m) = Self(M_n\ldots M_z)$. Ma una stessa proprietà fisica, come $P_1$ ($=P_2$) può essere istanziata da individui diversi. Si pensi, ad esempio, alla proprietà di non avere massa. Tutti i fotoni istanziano questa proprietà. Dunque sarebbe possibile, dato

*FIT*, per diversi individui istanziare la proprietà di avere la stessa coscienza massimale. In altre parole, *FIT* permette di salvare il fisicalismo abbandonando *INIC*. Resta da valutare quanto l'abbandono di *INIC* sia un prezzo troppo alto da pagare per salvare il fisicalismo.

Per finire si deve considerare la seguente domanda. Supponiamo che l'argomento presentato mostri effettivamente una difficoltà per il fisicalismo anche minimale. Ne segue che tale tesi è falsa? Questo sarebbe a dir poco affrettato. Ne segue soltanto che, date le nostre conoscenze scientifiche attuali, non si conoscono effettivamente leggi di natura che in qualche modo riescano a dare una spiegazione convincente della ragione per cui l'istanziazione di determinate proprietà fisiche porti all'istanziazione di determinate proprietà mentali, quali la coscienza. Si identifica spesso il fisicalismo con un atteggiamento naturalista in senso lato, cioè un atteggiamento che sarebbe in qualche modo più vicino alla scienza. In questa caso invece un naturalismo correttamente interpretato sembra per ora suggerire maggiore cautela.

## Riferimenti

Chalmers D., 1996, *The Conscious Mind*, Oxford University Press, Oxford.

Horgan, T., 1982, «Supervenience and Microphysics», *Pacific Philosophical Quarterly*, 63, pp. 29-43.

Horgan, T., 1984, «Functionalism, Qualia and the Inverted Spectrum», *Philosophy and Phenomenological Research*, 44, pp. 453-469.

Jackson, F., 1982, «Epiphenomenal Qualia», *Philosophical Quarterly*, 32, pp. 127-136.

Jackson, F., 1984, *What Mary Didn't Know*, *Journal of Philosophy* 83, pp. 291-295.

Jackson, F., 1994, «Finding the Mind in the Natural World» in: R. Casati, B. Smith and G. White (eds.), *Philosophy and the Cognitive Sciences*, Holder-Pilcher-Tempsky, Vienna, pp.483-492.

Kim J., 1984, «Concepts of Supervenience», *Philosophy and Philosophical Research*, 45, pp. 153-176.

Lewis D., 1983, «New Work for a Theory of Universals», *Australasian Journal of Philosophy*, 61, pp. 343-377.

Lewis D., 1986, *On the Plurality of Worlds*, Blackwell, Oxford.

# Newton, Ampère, Maxwell, Einstein: sulla deduzione dei fenomeni

Salvo D'Agostino
Università di Roma "La Sapienza"
saldagostino1921@tiscali.it

## 1. Introduzione

Il tema della complessità della scienza è stato da qualche decennio oggetto di una vasta letteratura sia sul versante più strettamente scientifico, sia sul piano filosofico. Un argomento emerso con notevole interesse ha riguardato un aspetto della complessità inteso come rinuncia a una generalizzazione dei procedimenti assiomatico-deduttivi come metodo generale della ricerca scientifica. È stata espressa la convinzione che la fisica pre-relativistica sia stata fondata prevalentemente sul trionfo di questo metodo, sulla scia, fra l'altro, della gloriosa tradizione dei Principia newtoniani. Pur riconoscendo la sua imponenza storica e concettuale, che ha condotto spesso a una sua identificazione con la stessa tradizione della scienza occidentale, la mia ricerca storica ha evidenziato una posizione antagonista presente nelle idee di Newton, e ripresa da due grandi fisici ottocenteschi, Ampere e Maxwell, posizione consistente in un ricorso alla cosiddetta deduzione dai fenomeni, un metodo di ricerca che rappresenta un'importante alternativa rispetto al metodo assiomatico-deduttivo. Nei primi decenni del nuovo secolo, si impongono poi progressivamente le idee di Einstein, che sul problema del metodo presentano un'irrisolta problematica. La celebrazione del metodo assiomatico-deduttivo si contrappone ad una lode dell'osservazione dei fenomeni e della riflessione sugli esperimenti, una variazione sul tema della deduzione dai fenomeni. Seppure i contributi del grande scienziato alle teorie derivate dagli assiomi del campo generalizzato non portarono a teorie


Newton, Ampère, Maxwell, Einstein: sulla deduzione dei fenomeni", in *Complessità e riduzionismo,* pp. 47-56
Published by Isonomia, Rivista online di Filosofia – Epistemologica – ISSN 2037-4348
Università degli Studi di Urbino Carlo Bo
http://isonomia.uniurb.it/epistemologica

conclusive, le sue idee in merito contribuirono enormemente alla moderna riflessione storico-epistemologica sulla scienza.

## 2. Newton: la deduzione dai fenomeni si accorda con la proibizione delle ipotesi

Un'attenta lettura della grande opera di Newton, *Principia Mathematica Philosophiae Naturalis*[1], il primo caso storico nella scienza moderna di una parziale assiomatizzazione della meccanica celeste, mostra che ai capitoli di una scienza dei principi si alternano procedimenti indicati da Newton come deduzione dai fenomeni. È notevole, ma, a mia conoscenza ignorato dalla storiografia, che la tematica della deduzione dai fenomeni si accordi in Newton con la sua ben nota proibizione delle ipotesi. Una sua chiara affermazione figura in un passo del Libro Terzo dell'opera, Il Sistema del Mondo:

> Ma sino ad ora non sono stato capace di scoprire attraverso i fenomeni la causa di quelle proprietà della gravità e non escogito [«I frame not»] ipotesi; perché qualsiasi cosa che non è dedotta dai fenomeni, deve chiamarsi un'ipotesi, e le ipotesi, sia metafisiche sia fisiche sia delle qualità occulte sia meccaniche, non devono figurare nelle filosofia sperimentale.[2]

Si noti che nel passo citato Newton fa coincidere il metodo della deduzione dai fenomeni con quello della proibizione delle ipotesi. Secondo la logica newtoniana, infatti, è il metodo di deduzione dai fenomeni che evita ricerca e introduzione di ipotesi. Il metodo di deduzione dai fenomeni é quindi il metodo della filosofia naturale perché esente da ipotesi. Il metodo della induzione dai fenomeni é viceversa affermato nella IV Regola del Filosofare, una delle regole del metodo scientifico, premessa allo stesso Terzo Libro:

> Nella filosofia sperimentale dobbiamo riguardare le proposizioni inferite attraverso la induzione generale dai fenomeni come vere con precisione o con approssimazione, nonostante ogni ipotesi contraria che possa essere immaginata, sino a quando non si presentino altri fenomeni con i quali essi [le proposizioni] possono essere o rese più accurate o difettose. Dobbiamo

---

[1] Newton (1729).
[2] Newton (1729, 371)

> seguire questa regola affinché il metodo [«the argument»] dell'induzione non possa essere aggirato con delle ipotesi [corsivo nel testo].[3]

I due metodi, che indicherò qui per brevità come deduttivo e induttivo, possono presentarsi a una prima lettura come antitetici, ma si deve tener presente che Newton li considera complementari, nel senso che per vie diverse giungono allo stesso risultato, la scoperta delle leggi dei fenomeni. Infatti, tutti e due sono presentati come due diversi procedimenti nell'applicazione delle leggi del moto. Ma un privilegio per la deduzione da principi matematici, il tema evidenziato anche nel titolo del grande libro, sembra potersi evidenziare dal passo seguente:

> Presento questo libro come i principi matematici della filosofia perché tutto il compito della filosofia sembra consistere in questo - dai fenomeni del moto investigare le forze della natura e poi da queste forze dimostrare gli altri fenomeni; a questo scopo sono rivolte le proposizioni generali del primo e secondo libro. Nel terzo libro presento un esempio della spiegazione del Sistema del Mondo, perché dalle proposizioni dimostrate matematicamente nei libri precedenti, nel Terzo derivo dai fenomeni celesti le forze della gravità ... e poi da queste forze deduco il moto dei pianeti.[4]

Nel procedimento newtoniano per la ricerca delle forze gravitazionali attraverso la loro deduzione dai fenomeni celesti, la deduzione si presenta quindi con un ruolo privilegiato rispetto alla induzione, ma un ruolo speciale sembra essere attribuito a una speciale deduzione, la deduzione dai fenomeni. Considero una conferma indiretta di questa tesi il fatto che il metodo é applicato da Newton nelle argomentazioni sul celebre esperimento del secchio, nel senso che esse si ricollegano al precedente metodo della deduzione dai fenomeni. L'esperimento é collocato all'inizio dei *Principia*, nello *Scholium* che segue le definizioni, nella parte cioè destinata a costituire l'ossatura concettualmente portante dell'opera, con lo scopo di distinguere il moto assoluto dal relativo, problema che è di immediato impatto sulla teoria newtoniana eliocentrica[5]. Anche il rapido esame, in questa sede, dell'esperimento ci porta a concludere che esso presenta una situazione nella quale la rotazione relativa dell'acqua rispetto al secchio non è simmetrica, a parità di moto relativo, rispetto alla rotazione del secchio

---

[3] Newton (1729, 271).

[4] Newton (1687), Prefazione alla prima edizione.

[5] Newton (1687, 11). Mediante l'esperimento Newton vuole mostrare che distinguere le forze impresse o forze vere o assolute dalle forze insite o forze relative, non è poi «una cosa del tutto disperata». L'effetto della rotazione assoluta è la forza insita che produce la curvatura dell'acqua. Per maggiori dettagli, cfr. D'Agostino (1978, 275-290).

rispetto all'osservatore. Da questo esperimento, che Newton afferma di aver effettivamente eseguito, egli vuol dedurre che l'acqua si muove di moto assoluto. Lasciando aperto il problema del carattere pensato o effettivamente eseguito dell'esperimento, un'attenta lettura di quello che si può considerare come uno delle più interessanti pagine dell'opera, porta a concludere che nell'argomentazione della deduzione del moto assoluto Newton ricorre soltanto a considerazioni di logica relazionale, nel senso che il suo argomento si fonda sulla mancanza di simmetria nei due moti relativi. Effettivamente, egli si limita a postulare che l'asimmetria dei risultati richiede una spiegazione, che nel contesto dei Principia, egli attribuisce agli effetti del moto assoluto. Non una dimostrazione quindi del moto assoluto ma una sua "postulazione". L'argomento è esente da quelle ipotesi che invece si richiederebbero in un possibile, ma alternativo, metodo induttivo o deduttivo dalle ipotesi. In termini moderni, si direbbe che l'argomento newtoniano procede in conseguenza di una rottura di simmetrie. L'asimmetria rilevata da Newton lo convince a postulare il moto circolare assoluto dell'acqua[6]. Queste pagine dei Principia hanno costituito per due secoli oggetto di controversie riguardanti o l'accusa di inconsistenza della dimostrazione newtoniana,[7] oppure le sue difese[8]. Dirò in breve, che le accuse rivolte a Newton riguardavano la sua pretesa di aver dimostrato il moto assoluto, accuse che cadono se si accetta la tesi che il procedimento newtoniano non é una dimostrazione del moto assoluto ma una sua "postulazione".

## 3. Ampère e Maxwell sulla deduzione dai fenomeni

Nell'ambito delle considerazioni di questo articolo è interessante rilevare che il metodo Newtoniano della deduzione dai fenomeni viene privilegiato a

---

[6] La spiegazione dell'asimmetria fra moti inerziali e moti accelerati é ancora oggetto del Principio di Mach e della teoria della Relatività Generale.

[7] La critica di Berkeley a Newton è principalmente nel saggio: *The Principles of human knowledgell* in Berkeley (1948-1957). Per quanto riguarda l'esperimento del secchie, secondo Berkeley: «A riguardo di ciò che si dice (nei Principia) della forza centrifuga, cioè che essa non appartiene affatto al moto relativo circolare, io non capisco ' come ciò possa seguire dall'esperimento che si porta avanti per provare ciò ...(è citato l'esp. del secchio). Perché proprio al tempo in cui si dice che l'acqua del secchio ha il suo maggiore moto circolare relativo proprio allora io credo che non si muova affatto».

[8] Secondo Sciama, la dimostrazione newtoniana non è una spiegazione fisica del ruolo privilegiato dei riferimenti inerziali ma un'affermazione della loro esistenza. Cfr. Sciama (1972, 23-24).

distanza di più di cento anni da Ampére e da Maxwell. Ampère apre la sua *Théorie des phénomènes électrodynamiques, uniquement déduite de l'expérience*[9], con un'apologia di Newton. Il tempo di Newton rappresenta nella storia della scienza quello in cui ebbe luogo la più importante delle scoperte fatte dall'uomo sulla causa dei grandi fenomeni dalla natura, ed anche l'epoca in cui allo spirito umano si è aperto un nuovo metodo nelle scienze che hanno per oggetto lo studio di questi fenomeni. Segue la considerazione il metodo di Newton, la deduzione dagli esperimenti, lo ha guidato nella scoperta della legge elementare dell' elettrodinamica. Nella sua ricerca di esperimenti da cui dedurre la legge – si noti la variazione rispetto ai fenomeni newtoniani – Ampére inventa forme di circuiti mobili che siano in equilibrio sotto l'azione di altri circuiti, le cosiddette "bilance di Ampère". Con una sorprendente ripresa del celebre tema newtoniano, afferma che il metodo ha il merito di escludere per sempre le ipotesi: «[…] il principale vantaggio delle formule che così si raggiungono [...] è di restare indipendente sia dalle ipotesi che possono essere servite ai loro autori durante la ricerca, sia di quelle altre che, nel seguito, vi si sono sostituite»[10].

Si noti che il carattere formale della legge é collegato al modo della sua deduzione, ed è questa che gli attribuisce requisiti di perenne validità, prescindendo dalle particolari ipotesi fisiche esplicative, il cui carattere aleatorio contrasterebbe la generalità: «Qualunque sia la causa fisica alla quale si vogliano riportare i fenomeni prodotti da questa azione, la formula che io ho ottenuto resterà sempre l'espressione dei fatti». Insistendo su questa interessante identificazione del formale e del fattuale puro, aggiunge: «Qualsiasi ricerca sulle cause non cambierà per niente i risultati del mio lavoro, perché, per accordarsi con i fatti, l'ipotesi adottata deve sempre accordarsi con le formule che così completamente le rappresentano»[11].

Senza nulla togliere ai grandi contributi di Ampère all' elettrodinamica, lodati dallo stesso Maxwell, lo storico deve constatare che la stessa scelta a favore del formalismo matematico che lo aveva guidato ai grandi successi, rappresentò per lo scienziato francese un impedimento per la scoperta della propagazione delle forze elettriche, teoria che pure egli riteneva del più grande interesse per il progresso della scienza. Così infatti egli deplora la matematica troppo vaga dell'etere: «[…] in assenza di una conoscenza matematica degli effetti dei movimenti dei fluidi, [...] le considerazioni

[9] Ampère (1826).
[10] Ampère (1826, 10).
[11] Ampère (1826, 8).

sull'etere [...] sono troppo vaghe per servire di base ad una legge la cui esattezza possa essere provata con delle esperienze dirette e precise»[12].

Sappiamo che ci sarebbe voluto un Faraday, qualche tempo dopo e in una differente cultura, quella dell' Inghilterra di metà ottocento, per proporre una ardita concezione del mezzo, anche se la matematica non riusciva, per il momento, a trovarvi posto. In seguito le idee di Faraday sarebbero riuscite a provocare i grandi matematici suoi contemporanei William Thomson e James Clerk Maxwell, che nella matematica dei mezzi continui trovarono il modo di esprimere la concezione fisica della priorità delle forze nel mezzo attorno al filo conduttore e della loro diffusione nello spazio. Ma con un'originale sintesi fra empirismo e deduttivismo anche Maxwell elogia il metodo della deduzione dai fenomeni:

> […] il vero metodo del ragionamento fisico è quello di iniziare con i fenomeni e attraverso un'applicazione diretta delle equazioni del moto dedurne le forze [...] il calcolo del moto quando sono note le forze, oltre che essere più difficile, non é così importante ne così facile per essere applicato ai metodi analitici della scienza fisica.[13]

Nessun miglior commento a questa fondamentale posizione maxwelliana che la considerazione del procedimento mediante il quale lo scienziato scozzese capovolge il metodo seguito da Hermann Helmholtz e da William Thomson per derivare la legge dell'induzione elettromagnetica scoperta da Faraday. Helmholtz nel 1847, e un anno dopo Thomson, avevano dedotto la legge dalle "azioni meccaniche esercitate dai circuiti", ma Maxwell segue la strada inversa, deducendo l'azione meccanica dal fenomeno d'induzione[14]. Secondo lo scienziato scozzese, infatti, i procedimenti di Thomson ed Helmholtz, ipotizzando che tutta l'energia in gioco fosse quella meccanica dei circuiti elettrici (forza x spostamento), introducevano in partenza ipotesi meccaniche troppo restrittive, inficiando così la stessa generalità del metodo deduttivo. Oggi comprendiamo che il potere euristico del metodo di Maxwell è legato al procedimento di correlare l'energia del sistema elettromagnetico non più al lavoro meccanico esterno, ma al lavoro delle forze interne di campo, rappresentate dal potenziale vettore, rifacendosi quindi a un'espressione di una energia più generale di quella meccanica, l'energia elettromagnetica, un concetto fondamentale della maxwelliana teoria di campo.

---

[12] Blondel (1989, 133).
[13] Maxwell (1876, 208-209).
[14] Maxwell (1996, 9-10).

## 4. Einstein: la fisica dei principi contrapposta alla deduzione dai fenomeni

In un passaggio della *Spenser Lecture*, Albert Einstein esprime la convinzione che il pensiero puro ha la potenza di dominare la realtà:

> Ora, stabilito che il fondamento assiomatico della fisica teorica non è deducibile dall’esperienza, ma è viceversa creato liberamente dall’intelletto, sussiste la speranza di trovare la strada giusta ? … La mia risposta è che, a mio avviso, la strada giusta esiste e che è possibile trovarla … io sono convinto che per mezzo di costruzioni puramente matematiche è possibile scoprire quei concetti che ci danno la chiave … è nella matematica che risiede il principio creatore. Io sono portato a credere nella capacità, in certo senso, del pensiero puro a dominare la realtà, proprio come pensavano gli antichi.[15]

In altre parti dei suoi scritti epistemologici notiamo che Einstein elogia i metodi empirici. Valga in questa sede, fra i tanti possibili riferimenti, una lettera all’amico Besso, nel quale il grande fisico teorico rivaluta I fondamenti empirici delle geometria di Riemann:

> Le tue osservazioni al riguardo del ruolo dell’esperienza e della speculazione mi sono molto piaciute. Vorrei soltanto aggiungere che non è ammissibile considerare i risultati di Riemann come pure speculazioni. Il contributo di Gauss è di aver formulato le leggi dello spostamento di piccole sbarrette rigide su una data superficie, i suoi ds sono la piccola sbarretta, senza questa rappresentazione concreta tutta il ragionamento sarebbe rimasto impossibile. La generalizzazione a uno spazio a n dimensioni fatta da Riemann è, senza dubbio, un fatto puramente speculativo, ma riposa anch’essa sulla concezione gaussiana della sbarretta “etalon”. Dimenticando l’origine terrestre del ds2 i successori non hanno certamente compiuto un progresso. Nel suo bel libro Weyl chiama a ragione la teoria di Riemann la geodesia delle costruzioni pluridimensionali.[16]

Si noti il sorpreso commento di Pais che aveva sopravvalutato l’atteggiamento empirico di Einstein: «non riesco a credere che questo fosse lo stesso Einstein che nel 1917 aveva messo in guardia Felix Klein dal sopravvalutare la portata dei punti di vista formali, che falliscono quasi sempre come strumenti euristici »[17]. Si deve così riconoscere che la filosofia di Einstein, specie negli scritti della maturità, si muove attorno a una irrisolta problematica: l’esigenza che una base empirico-strumentale debba

[15] Einstein (1933).
[16] Einstein A., Besso M., (1972, 138).
[17] Pais (1986, 372).

porsi a fondamento delle teorie si contrappone alla convinzione della potenza del pensiero puro di dominare la realtà. Egli stesso riconobbe il problema in risposta a una provocazione di Margenau: «Margenau: La posizione di Einstein … contiene caratteristiche di razionalismo e di estremo empirismo ». Risposta di Einstein:

> Questo è corretto. Ma da dove deriva questa fluttuazione? (Da una parte) la fisica come sistema logico-concettuale trova un pericoloso ostacolo nell'arbitrarietà di questa scelta. Quindi il fisico cerca di connettere il più possibile i suoi concetti con il mondo empirico. Qualche volta ci riesce, ma è sempre esposto al dubbio che questa connessione dipenda a sua volta dall'intero sistema. […] Quindi egli diventa ancor più razionalista riconoscendo l'indipendenza logica del sistema, ma così rischia di perdere contatto con il mondo empirico. Un ondeggiare fra questi due estremi mi sembra inevitabile[18].

## 5. Conclusioni

In questo lavoro ho messo in evidenza che nelle riflessioni metodologiche di grandi scienziati si nota una differenza, se non una contraddizione, fra due metodi di ricerca caratterizzati come scienza dei principi e deduzione dai fenomeni. È noto che la scienza dei principi ha avuto una millenaria storia nel pensiero occidentale, a cominciare dalla geometria di Euclide, con il seguito dei Principia newtoniani e delle generalizzazioni non-euclidee della geometria. Non è stato facile resistere alla sua estremizzazione, come al fascino delle capacità del pensiero puro di afferrare la realtà, a cui lo stesso Einstein non si era sottratto. Ma si farebbe un torto alla realtà storica della scienza ignorando o sottovalutando l'altra esigenza, da me qui sottolineata, di un rifugio nella realtà fenomenica, lodato per la sua pregevoli caratteristica di evitare ipotesi non giustificate (Newton), di risalire alla forma matematica delle leggi (Ampère), di mantenere un giusto equilibrio fra concezioni fisiche -i modelli con i quali Maxwell aveva costruito le sue equazioni –e le teorie matematiche. Ho notato che il metodo si sviluppa con l'elaborazione di proprietà di simmetria dei fenomeni, come nel caso di Newton e di Ampère. Da notare che il metodo delle simmetrie é aleatorio, nel senso che ogni simmetria si riferisce a casi particolari, o, ugualmente , ogni modello ha una valenza limitata spazialmente e temporalmente. Il metodo é quindi difficilmente riconducibile a processi assiomatico-deduttivi, per cui era giustificata la sorpresa di Poincarè nel trovare

[18] Einstein (1949, 679-680).

nell’opera di Maxwell più che un trattato di fisica un elenco di macchine e strumenti di officina. In quest’ultimo caso, si tratta di accettare la coesistenza, in un complesso rapporto interno, di ambiti riduzionistici limitati che si può intendere come aprire una via ai problemi della complessità. L’ondeggiare fra le due vedute del metodo della scienza, evidenziato da Einstein, se pure tollerato pragmaticamente nell’avanzamento della ricerca, si riflette però sul livello della filosofia ponendo un drammatico dilemma: si può dire che nel sostenere la tesi dello “a-priori puro”, Einstein rischiava di mettere in dubbio la sua adesione a Kant, decisamente affermata, fra l’altro, in un passaggio di *Reply to Criticism*. È notevole che il dibattito sui due metodi non sia oggi concluso, e che il premio Nobel P. W. Anderson l’abbia rivitalizzato con la sua ammissione di due vie per la ricerca, da lui titolate “Bottom-up” e “Upper-down”. La sua manifesta preferenza per la prima alternativa, un risalire dai fenomeni è anche un dedurre da essi le leggi. La problematicità della scelta é però un aspetto delle idee e teorie della complessità che oggi hanno fatto ingresso nelle idee di molti fisici. Ma ciò non implica che l’esigenza di una scienza deduttiva, una scienza dei principia, che caratterizza secondo Einstein la sua teoria, sia da considerare contraddittoria alla sua antagonista, una scienza fenomenologica, su modelli matematici non necessariamente generalizzabili, ma accettabili, come nella tesi di Poincaré[19], pur nella loro limitata generalizzabilità. Ponendo il problema di una scelta fra le due le oscillazioni, Einstein ha avuto anche il grande merito di aver aperto la via al pensiero scientifico moderno.

## Riferimenti


Ampère A. M., 1826, *Théorie des phénomènes électrodynamique uniquement déduite de l’expérience*, Paris.

Berkeley, G., 1948-1957, T*he Works of George Berkeley*, Edinburgh.

Blondel, C., 1989, «Vision physique ’éthérien’ et mathématisation ‘laplacienne’: l’électrodynamique d’Ampère»*, Rev, Hist. Sc.*, XLII/ 1-2.

D’Agostino S., (1978), «Il problema del moto assoluto e della distinzione fra forze impresse e forze insite (inerziali) nei Mathematical Principles of Natural Philosophy di Isaac Newton», *Giornale di Astronomia*, pp. 275-290.


[19] Poincaré (1900).

D'Agostino, S., 1991, «Einstein e Kant: la teoria fisica contro il logico ma vuoto schema dei concetti» in: Petruccioli S, (a cura di) *Immagini, Linguaggi, Concetti*, Theoria Roma, pp. 197-220.

D'Agostino, S., 1990, «Matematica ed Elettrodinamica nell'opera di Ampère Lo sviluppo delle teorie dell'elettromagnetismo», *Cultura e Scuola,* n.116, Ott-Dic. pp. 261-271.

D'Agostino, S., 1989, «Fisica e Filosofia in James Clerk Maxwell», *Nuova Civiltà delle Macchine*, vol 26 N.2, pp. 83-91.

D'Agostino, S., 1995, «Einstein's Life-Long Doubts in the Physical Foundations of the General Relativity and Unified Field Theories» in: Garola C, and Rossi A. (Eds), *The Foundations of Quantum Mechanics-Historical Analysis and Open Questions*, Kluwer Academic Publishers 1995, pp.167-178.

Einstein, A., 1933, *On the Method of Theoretical Physics*, The Herbert Spencer Lecture delivered at Oxford, June 10, 1933, Oxford Clarendon Press 15 1933; ristampa in *Philosoph. of Science,* vol.1, 1934, pp. 162-169.

Einstein, A., 1949, «Reply to Criticism» in: *Albert Einstein Philosopher Scientist*, Harpers and Brothers Pbl, N.Y., Vol. 2, pp. 665-688.

Einstein A., Besso M., 1972, *Correspondence 1903-1955*, trad. di Pierre Speziali con note e introduzione, Hermann Paris.

Maxwell J. C., 1876, *On the Proof of the Equations of Motion of a connected System*», in *The Scientific Papers of James Clerk Maxwell*, Edited by W. B. Niven, Dover publications, N.Y.

Maxwell, J.C., 1996, *Una teoria dinamica del campo elettromagnetico*, traduzione italiana dall'originale: Maxwell J.C, *A Dynamical Theory of the Electromagnetic Field*, a cura di D'Agostino S., Edizioni Teknos, pp. 1-107.

Pais, H., 1986, *Sottile è il Signore. La Scienza e la Vita di Albert Einstein*, Boringhieri, Torino.

Poincaré, H., 1900, *Electricité et Optique*, Carré et Noud, Paris.

Rossi A., 2006, «Mathematical Models and Physical Reality from Classical to Quantum Physics», in: Garola G., .Rossi A., Sozzo S. (Eds) *The Foundations of Quantum Mechanics-Historical Analysis and Open Questions*, Cesena 2004, World Scientific, London-Singapore 2006, pp. 293-300.

Sciama, T. W,1972, *La relatività generale*, Bologna, Zanichelli.

Vizgin V., 1986, «Einstein, Hilbert, and Weyl: the Genesis of the General Relativity» in Howard D., Stachel .J. (Edits) *Einstein and the History* *of General Relativity*, Einstein Studies, Vol. 1, Birkhäuser 1986, pp. 300-314.

# Elementare ma complessa:
## la prospettiva della complessità computazionale attraverso il caso studio della geometria di Tarski

Pierluigi Graziani
Università degli Studi di Urbino Carlo Bo
pierluigi.graziani@uniurb.it

Sul finire degli anni venti dello scorso secolo, nei suoi corsi all'Università di Varsavia, Alfred Tarski elaborò un sistema di assiomi per la geometria elementare (lo indicheremo con $T_{GE}^2$) che presentò, con diverse semplifica-vzioni ed aggiunte, nei lavori *The completeness of elementary algebra and geometry* del 1940 (ma pubblicato solo nel 1967), *A decision method for elementary algebra and geometry* del 1948 e *What is elementary geometry?* del 1959[1].

Il sistema elaborato da Tarski è per molte ragioni differente da quello hilbertiano[2] e da altre assiomatizzazioni storicamente presentate[3]. Tale sistema, infatti, descrive un universo contenente solo punti e due relazioni tra elementi primitivi: quella di *essere tra* e quella di *equidistanza*. Tale scelta caratterizza una visione della geometria in cui le linee e i piani sono insiemi di punti e rende più facile il confronto con l'approccio algebrico in cui tutte le figure sono appunto viste come luoghi di punti, insiemi definibili di punti (nel piano, insiemi di coppie di numeri). Tuttavia, quella di Tarski è un'assiomatizzazione per la *geometria elementare* euclidea ovvero per quella parte della geometria euclidea non basata su nozioni insiemistiche e

---

[1] Per un'analisi storica dell'assiomatizzazione tarskiana si veda l'articolo di Alfred Tarski e Steven Givant (1999).
[2] Hilbert (2009).
[3] Vedi Graziani (2001).


"Elementare ma complessa: la prospettiva della complessità computazionale attraverso il caso studio della geometria di Tarski", in *Complessità e riduzionismo*, pp. 57-72
Published by Isonomia, Rivista online di Filosofia – Epistemologica – ISSN 2037-4348
Università degli Studi di Urbino Carlo Bo
http://isonomia.uniurb.it/epistemologica

che può essere sviluppata in un linguaggio in cui non si suppone – come nel linguaggio della geometria hilbertiana – di poter quantificare sui numeri naturali o su insiemi qualunque di punti[4]. Dunque, tutte le variabili *x,y,z,…* che occorrono in questa teoria sono assunte variare sopra elementi (punti) di un *insieme fissato* (spazio). Le costanti logiche della teoria sono i connettivi $\neg, \supset, \vee, \wedge, \exists, \forall,$ e lo speciale predicato binario =, mentre come costanti non logiche o simboli primitivi della teoria abbiamo il predicato ternario $\beta$ usato per denotare la relazione di *essere tra* ed il predicato quaternario $\delta$ usato per denotare la relazione di *equidistanza*. Leggeremo, dunque, la formula $\beta(xyz)$ come *y giace tra x e z* (senza escludere il caso in cui *y* coincide con *x* o *z*); e la formula $\delta(x,y,z,u)$ come *x è distante da y come z da u*, vale a dire *il segmento* $\overline{xy}$ *è congruo al segmento* $\overline{zu}$.

Diamo dunque gli assiomi del sistema tarskiano, considerando per semplicità, l'assiomatizzazione per la geometria elementare del piano presentata in *What is elementary geometry?*.[5]

*A1* (Assioma di identità per la relazione $\beta$)

$$\forall xy\left[\beta(xyx) \supset (x = y)\right]$$

*A2* (Assioma di transitività per la relazione $\beta$)

$$\forall xyzu\left[\beta(xyu) \wedge \beta(yzu) \supset \beta(xyz)\right]$$

*A3* (Assioma di connessione per $\beta$)

[4] In $T_{GE}^2$ non possiamo avere enunciati del tipo "per ogni poligono", ma solo enunciati che riguardano poligoni con un numero fissato di vertici. Per avere, infatti, enunciati del tipo "per ogni poligono" si dovrebbe arricchire il linguaggio di $T_{GE}^2$ con nuove variabili X,Y,… varianti su insiemi *finiti* di punti. Ciò consentirebbe di avere simboli per denotare figure geometriche (insiemi di punti), classi di figure geometriche etc. L'assioma di continuità, che daremo tra breve, stabilisce l'esistenza su di una retta *r* di un minimo confine superiore per ogni insieme X *definibile*, non per *insiemi arbitrari*, dove dire che X è definibile significa che esiste una formula $\alpha(x, y_1, ..., y_n)$ ed individui $b_1, ..., b_n$ per cui in ogni modello $\mathcal{A}$, $\{a \in |\mathcal{A}| : \mathcal{A} \vDash \alpha[a, b_1, ..., b_k]\} = X$. Dai risultati di Tarski segue che in questa teoria non sono definibili i numeri naturali, altrimenti, via Teorema di Gödel, essa sarebbe incompleta.

[5] È possibile estendere i risultati tarskiani per la geometria bidimensionale al caso di geometrie *n* dimensionali per un intero positivo *n*, modificando gli assiomi A11 e A12. Per maggiori delucidazioni su tali argomenti si veda l'articolo di Tarski e Givant (1999).

$$\forall xyzu\left[\beta(xyz)\wedge\beta(xyu)\wedge(x\neq y)\supset\beta(xzu)\vee\beta(xuz)\right]$$

*A4* (Assioma di riflessività per $\delta$)

$$\forall xy\left[\delta(xyyx)\right]$$

*A5* (Assioma di identità per $\delta$)

$$\forall xyz\left[\delta(xyzz)\supset(x=y)\right]$$

*A6* (Assioma di transitività per $\delta$)

$$\forall xyzuvw\left[\delta(xyzu)\wedge\delta(xyvw)\supset\delta(zuvw)\right]$$

*A7* (Assioma di Pasch)

$$\forall txyzu\exists v\left[\beta(xtu)\wedge\beta(yuz)\supset\beta(xvy)\wedge\beta(ztv)\right]$$

*A8* (Assioma di Euclide)

$$\forall txyzu\exists vw\left[\beta(xut)\wedge\beta(yuz)\wedge(x\neq y)\supset\beta(xzv)\wedge\beta(xyw)\wedge\beta(vtw)\right]$$

*A9* (Assioma dei cinque segmenti)

$$\forall xx'yy'zz'uu'[\delta(xyx'y')\wedge\delta(yzy'z')\wedge\delta(xux'u')\wedge\delta(yuy'u')\wedge$$
$$\wedge\beta(xyz)\wedge\beta(x'y'z')\wedge(x\neq y)\supset\delta(zuz'u')]$$

*A10* (Assioma di costruzione per segmenti)

$$\forall xyuv\exists z\left[\beta(xyz)\wedge\delta(yzuv)\right]$$

*A11* (Assioma inferiore di dimensionalità)

$$\exists xyz\left[\neg\beta(xyz)\wedge\neg\beta(yzx)\wedge\neg\beta(zxy)\right]$$

*A12* (Assioma superiore di dimensionalità)

$$\forall xyzuv\left[\delta(xuxv)\wedge\delta(yuyv)\wedge\delta(zuzv)\wedge(u\neq v)\supset\beta(xyz)\vee\beta(yzx)\vee\beta(zxy)\right]$$

*A13* (Assiomi elementari di continuità)
*Tutti gli enunciati della forma*

$$\forall vw...\left\{\exists z\forall xy\left[\varphi\wedge\psi\supset\beta(zxy)\right]\supset\exists u\forall xy\left[\varphi\wedge\psi\supset\beta(xuy)\right]\right\}$$

*dove* $\varphi$ *sta per una formula nella quale le variabili x,v,w,…, ma né y, né z, né u, occorrono libere, e similmente per* $\psi$*, con x ed y interscambiati.*

In generale – come in Hilbert - l'assioma di continuità è un enunciato non elementare poiché contiene variabili del secondo ordine che variano su insiemi *arbitrari* di punti (in aggiunta a variabili del primo ordine che variano su punti), ovvero l'assioma di continuità può essere formulato come

$$\forall XY\left\{\exists z\forall xy\left[x\in X\wedge y\in Y\supset\beta(zxy)\right]\supset\exists u\forall xy\left[x\in X\wedge y\in Y\supset\beta(xuy)\right]\right\}$$

e asserisce che due insiemi X e Y tali che gli elementi di X precedono gli elementi di Y rispetto ad un punto *a* (cioè $\beta(zxy)$ ogni qual volta *x* è in X e *y* è in Y) sono separati da un punto *u*. Tarski sostituì questo assioma con A13, ovvero con una collezione infinita di assiomi elementari di continuità che ci danno la completezza di Dedekind solo per insiemi *definibili*. Dal punto di vista analitico, come Tarski dimostra, ciò significa che i modelli di $T_{GE}^2$ saranno isomorfi a *spazi cartesiani* su campi che non necessariamente coincidono con $\mathbb{R}$, ma con quelli che sono noti come *campi reali chiusi*. Torneremo più avanti su questo punto.

Come è noto, l'importanza del sistema tarskiano risiede anche e soprattutto nel fatto che per esso è possibile dimostrare la *coerenza*, la *completezza* e la *decidibilità*.

Intuitivamente, l'idea di Tarski è quella, dimostrata la coerenza, completezza e decidibilità della teoria dei campi reali chiusi ($T_{CRCO}$), di interpretare $T_{GE}^2$ in $T_{CRCO}$ provando la trasferibilità dei risultati di coerenza, completezza e decidibilità da $T_{CRCO}$ a $T_{GE}^2$. In generale, dimostrando che $T_{CRCO}$ ha l'eliminazione dei quantificatori[6] Tarski dimostra la decidibilità dei campi reali chiusi. Per il fatto poi che: se $T_{CRCO}$ ha l'eliminazione dei quantificatori allora è model-completa e se è model-completa avendo un modello primo (un modello cioè che è sottostruttura elementare di ogni modello) allora è completa, Tarski dimostra anche la completezza di $T_{CRCO}$.

[6] Per chiarezza ricordiamo che una formula $\alpha$ è equivalente alla formula $\gamma$ nella teoria *T* se $\vdash_T \alpha\leftrightarrow\gamma$ e che *T* quindi ammette l'eliminazione dei quantificatori se ogni formula di *T* è equivalente in *T* ad una formula aperta. Per una introduzione alla *Teoria dei Modelli* si veda Hodges (1993); Keisler (1977). Per un'introduzione alla decidibilità si veda Rabin (1977). Si veda anche Renegar (1992).

La coerenza discende immediatamente dalla esistenza di un modello di $T_{CRCO}$.[7]

Più in dettaglio, per poter interpretare $T^2_{GE}$ in $T_{CRCO}$ provando la trasferibilità dei risultati di coerenza, completezza e decidibilità da $T_{CRCO}$ a $T^2_{GE}$, il primo passo da fare è risolvere il cosiddetto *problema di rappresentazione* per $T^2_{GE}$ che consiste nel caratterizzare tutti i modelli di $T^2_{GE}$, $\mathcal{M} = < \mathrm{M,B,D} >$ tali che:

(i) M è un insieme non vuoto;

(ii) B e D sono, rispettivamente, una relazione ternaria e quaternaria su M;

(iii) Tutti gli assiomi di $T^2_{GE}$ valgono in $\mathcal{M}$ se tutte le variabili sono assunte variare su elementi di M e le costanti $\beta$ e $\delta$ denotano, rispettivamente, le relazioni B e D.

---

[7] Senza però ricorrere, come fa Tarski, al teorema di Sturm (si vedano, oltre ai lavori di Tarski: Jacobson 1985, vol. I, cap. 5; Prestel 1984), per dimostrare che $T_{CRCO}$ ha l'eliminazione dei quantificatori, è necessario e sufficiente, come mostrato da Shoenfield (1967), provare che essa soddisfa le due condizioni seguenti:

*Condizione dell'isomorfismo*: per ogni due modelli $\mathfrak{A}$ ed $\mathfrak{A}^*$ di $T_{CRCO}$ e ogni isomorfismo $\varphi$ di una sottostruttura di $\mathfrak{A}$ e una sottostruttura di $\mathfrak{A}^*$, esiste un'estensione di $\varphi$ che è un isomorfismo di un sottomodello di $\mathfrak{A}$ ed un sottomodello di $\mathfrak{A}^*$;

*Condizione del sottomodello*: per ogni modello $\mathfrak{B}$ di $T_{CRCO}$, ogni sottomodello $\mathfrak{B}^*$ di $\mathfrak{B}$ e ogni formula chiusa semplicemente esistenziale $\alpha$ di $\mathcal{L}^{\mathfrak{B}^*}$ abbiamo $\mathfrak{B}^* \vDash \alpha \equiv \mathfrak{B} \vDash \alpha$.

Dimostrato che $T_{CRCO}$ soddisfa le due condizioni precedenti, è possibile dimostrare la model-completezza di $T_{CRCO}$. Poiché è dimostrabile che se una teoria è model-completa ed ha un modello primo allora è completa, $T_{CRCO}$ è anche completa. La decidibilità di $T_{CRCO}$ scende dal fatto che la teoria è completa e assiomatizzata o dal fatto che la teoria dei campi ordinati reali chiusi ha l'eliminazione dei quantificatori. Attraverso l'eliminazione dei quantificatori, infatti, trasformiamo un dato enunciato $\alpha$ di *T* in un altro enunciato $\gamma$ di T tale che $T \vdash \alpha \leftrightarrow \gamma$ e $\gamma$ appartiene ad un insieme *K* di enunciati per i membri del quale possiamo in un numero finito di passi determinare se sono teoremi di *T* o no.

Come evidenziato, i più familiari modelli di $T^2_{GE}$ sono certamente gli spazi cartesiani bidimensionali (che indicheremo con $C^2_{\mathfrak{F}}$) su particolari campi ordinati $\mathfrak{F} =< \mathrm{F}, +, \cdot, -, \leq, 0, 1 >$ (dove F è appunto un insieme non vuoto) che soddisfano il teorema di Bolzano ristretto alle funzioni polinomiali. Sono questi i campi reali chiusi.
Tarski riesce a dimostrare che *tutti* e soli i modelli di $T^2_{GE}$ sono isomorfi a spazi cartesiani di questo tipo dove l'assioma elementare di continuità corrisponde alla proprietà di Bolzano per i polinomi:

*Teorema di Rappresentazione*
*Affinché $\mathcal{M}$ sia un modello di $T^2_{GE}$ è necessario e sufficiente che $\mathcal{M}$ sia isomorfo allo spazio cartesiano su un campo reale chiuso $C^2_{\mathfrak{F}^*}$.*

Risolto il problema della rappresentazione è possibile per Traski passare al problema della completezza e decidibilità di $T^2_{GE}$. Come anticipato, sfruttando il teorema di Sturm, Tarski può dimostrare che in $T_{CRCO}$ ogni formula è equivalente a una priva di quantificatori e provare che $T_{CRCO}$ è completa e decidibile. Il lavoro è quello di trasportare queste proprietà da $T_{CRCO}$ a $T^2_{GE}$. Per comodità tipografica invece di scrivere $C^2_{\mathfrak{F}}$ scriveremo $\mathfrak{U}$ e consideriamo $\mathfrak{U} \vDash T_{CRCO}$, a partire da $\mathfrak{U}$ per il linguaggio formale $\mathcal{L}$ possiamo, dunque, come si è visto, costruire una struttura $\mathcal{M}_{\mathfrak{U}} =< M^{\mathcal{M}_{\mathfrak{U}}}, D^{\mathcal{M}_{\mathfrak{U}}}, B^{\mathcal{M}_{\mathfrak{U}}} >$, per il linguaggio formale $\mathcal{L}^*$, che sia modello di $T^2_{GE}$ ed il modo in cui abbiamo costruito $\mathcal{M}_{\mathfrak{U}}$ da $\mathfrak{U}$ ha come correlato sintattico la definizione di una *traduzione* di $T^2_{GE}$ in $T_{CRCO}$.
Possiamo, infatti, associare ad ogni formula $\alpha$ di $\mathcal{L}^*$ una formula $\tilde{\alpha}$ di $\mathcal{L}$ tale che

$$\mathfrak{U} \vDash \tilde{\alpha}\left[a_1 a_1' ... a_n a_n'\right] \text{ sse } \mathcal{M}_{\mathfrak{U}} \vDash \alpha\left[\langle a_1 a_1'\rangle ... \langle a_n a_n'\rangle\right]$$ [8]

[8] Dove $\tilde{\alpha}$ ha 2n variabili libere, se $\alpha$ ne ha n. Conveniamo per ogni variabile *x* di $\mathcal{L}^*$ di scegliere due variabili $x, x'$ di $\mathcal{L}$: intuitivamente ciò significa che mentre in $\mathcal{L}^*$ parliamo di punti $< a_j, a_j' >$, in $\mathcal{L}$ parliamo di coordinate $a_j$ e $a_j'$. Vedi Tarski e Givant 1999, 201, per una descrizione intuitiva.

definendo una *traduzione*

$$\lambda : Form_{\mathcal{L}^*} \longrightarrow Form_{\mathcal{L}}$$

ponendo, ove si supponga $x =< x, x' >$ e $y =< y, y' >$, che per le formule atomiche:

$\lambda(x = y) = (x = y \wedge x' = y')$

$\lambda(D(x, y, z, w)) = (x - y)^2 + (x' - y')^2 = (z - w)^2 + (z' - w')^2$

$\lambda(B(x, y, z)) = [(x - y) \cdot (y' - z') = (x' - y') \cdot (y - z)] \wedge [0 \leq (x - y) \cdot (y - z)] \wedge [0 \leq (x' - y') \cdot (y' - z')]$

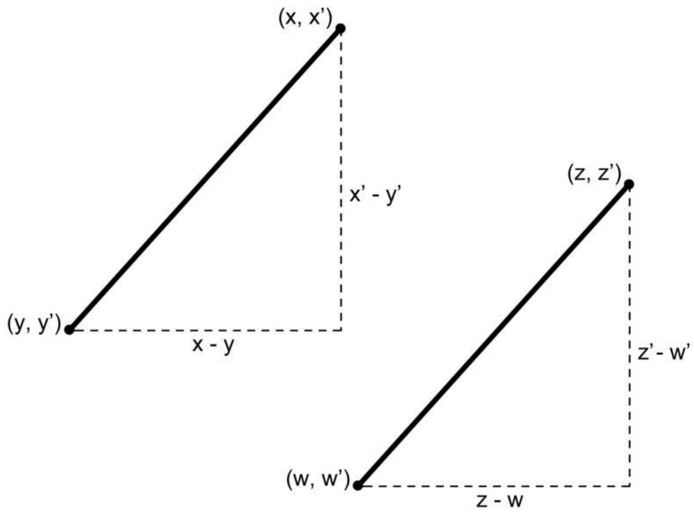



Figura 1. La definizione di *equidistanza* nel piano cartesiano

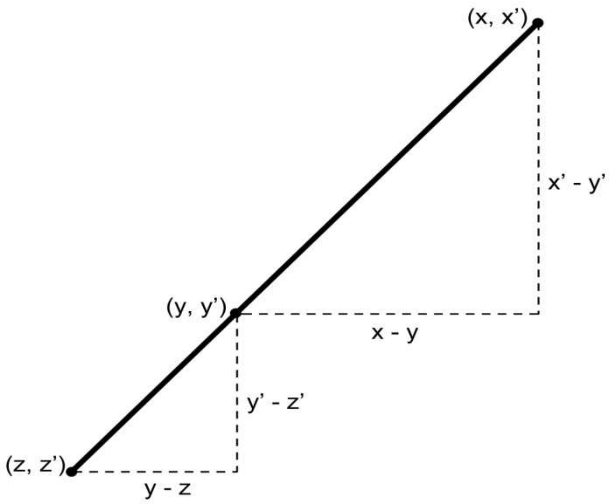



Figura 2. La definizione di *essere tra* nel piano cartesiano.

e supponendola letterale per le altre formule:

$$\lambda(\alpha \wedge \gamma) = \lambda\alpha \wedge \lambda\gamma$$
$$\lambda(\alpha \vee \gamma) = \lambda\alpha \vee \lambda\gamma$$
$$\lambda(\alpha \rightarrow \gamma) = \lambda\alpha \rightarrow \lambda\gamma$$
$$\lambda(\neg\alpha) = \neg\lambda\alpha$$
$$\lambda(\exists x\alpha) = \exists x\lambda\alpha$$
$$\lambda(\forall x\alpha) = \forall x\lambda\alpha$$

Sia ora $\tilde{\alpha} = \lambda\alpha$ .
Posto ciò è possibile dimostrare il seguente *Teorema di Interpretazione*:

*Per ogni enunciato* $\alpha$ *di* $\mathcal{L}^*$, $T^2_{GE} \vdash \alpha \Rightarrow T_{CRCO} \vdash \tilde{\alpha}$

Dimostrato il teorema di interpretazione[9] disponiamo di una traduzione di $\mathcal{L}^*$ in $\mathcal{L}$ per cui vale $T^2_{GE} \vdash \alpha \supset T_{CRCO} \vdash \tilde{\alpha}$, ovvero disponiamo di una

[9] Ogni traduzione di $\mathcal{L}^*$ in $\mathcal{L}$ per cui valga $T^2_{GE} \vdash \alpha \supset T_{CRCO} \vdash \tilde{\alpha}$ sarà chiamata *interpretazione* di $T^2_{GE}$ in $T_{CRCO}$ .

interpretazione di $T_{GE}^2$ in $T_{CRCO}$. Ciò ci consente di dimostrare la *coerenza* di $T_{GE}^2$, ma non ancora di trasferire i risultati di completezza e decidibilità da $T_{CRCO}$ a $T_{GE}^2$.

Per poter trasferire la completezza e la decidibilità da $T_{CRCO}$ a $T_{GE}^2$ è necessario non solo che la nostra traduzione sia una interpretazione, ma anche che la nostra interpretazione sia *fedele* ovvero che valga il seguente teorema:

*Teorema di fedeltà dell'interpretazione*
$T_{GE}^2 \vdash \alpha \leftrightarrow T_{CRCO} \vdash \tilde{\alpha}$
la cui dimostrazione utilizza il teorema di rappresentazione ed il teorema di interpretazione.

Posto che la traduzione $\lambda$ è un'interpretazione fedele, è possibile provare la trasferibilità dei risultati di completezza e decidibilità da $T_{CRCO}$ a $T_{GE}^2$. La decidibilità è ovvia – tenuto conto dell'assiomatizzabilità - una volta provata la completezza. Per avere la completezza, posta la coerenza di $T_{GE}^2$, si supponga $T_{GE}^2 \nvdash \alpha$, dove $\alpha$ è un enunciato di $\mathcal{L}^*$, allora si deve provare che $T_{GE}^2 \vdash \neg\alpha$. Per la fedeltà si ha che $T_{CRCO} \nvdash \tilde{\alpha}$ e, poiché $T_{CRCO}$ è completa, $T_{CRCO} \vdash \neg\tilde{\alpha}$. Per definizione $\neg\tilde{\alpha} = \widetilde{(\neg\alpha)}$, così $T_{CRCO} \vdash \widetilde{(\neg\alpha)}$ e poiché $\lambda$ è fedele $T_{GE}^2 \vdash \neg\alpha$.

Sebbene i risultati di *coerenza* e di *completezza* siano già di grande rilievo per un sistema assiomatico, l'interesse per il sistema tarskiano deriva soprattutto dalla possibilità di poter dimostrare per esso anche la proprietà di *decidibilità* che, dopo la famosa conferenza di Parigi di Hilbert, era divenuto uno dei problemi di maggiore interesse e indagine da parte dei matematici e logici. Fu proprio il tentativo di analizzare tale concetto che condusse a raffinatissimi contributi non solo nel campo della *teoria dei modelli,* ma anche in quello della *teoria della ricorsività*[10].

Uno dei grandi problemi degli studi fondazionale posti da Hilbert era, infatti, la questione di *decidere per ogni teoria T quali sono i suoi teoremi*. E' questo il cosiddetto *Entscheidungsproblem* o problema della decisione. La riflessione su tale nozione portò subito in primo piano la necessità di una chiara definizione del concetto di *algoritmo di decisione* o di *computo* ovvero la necessità di definire, relativamente a problemi differenti, un

[10] Si veda Rabin (1977).

complesso di istruzioni *deterministiche*, *meccaniche* e *generali*. Esempi noti di tali procedure sono l'algoritmo euclideo per la ricerca del massimo comune divisore fra due numeri naturali o l'algoritmo delle tavole di verità mediante cui stabilire se una data formula proposizionale è o no una tautologia. Sebbene in matematica ed in logica esistano numerosi esempi di algoritmi, l'importanza della ricerca di tali procedure risiede nel fatto che esistono altrettanti problemi noti per i quali non conosciamo un algoritmo in grado di offrirci una soluzione, ad esempio il problema della decisione per la logica del primo ordine (LP): data una qualunque formula $\alpha$ scritta nel linguaggio della logica del primo ordine, è possibile decidere in un numero finito di passi se $\alpha$ è un teorema o meno del sistema considerato? Ovvero, considerata la classe $C$ di tutte le formule di LP è possibile dare un algoritmo per isolare in essa una sottoclasse $T$ costituita da tutte e sole quelle formule che sono teoremi di LP? Ovvero è possibile decidere per ogni formula $\alpha$ di LP se $\alpha \in T$ oppure no? Un errore molto facile in cui è possibile cadere è quello di pensare che tale algoritmo esista[11] e che sia proprio rappresentato da un sistema di assiomi per LP con le sue regole di derivazione; infatti è possibile decidere per ogni formula $\alpha$ di LP se essa è o no un assioma ed è anche possibile decidere se, data una successione finita di formule, essa è una derivazione di formule in LP. Ma ciò non dà affatto una risposta alla domanda dell' *Entscheidungsproblem*. Per determinare quando una data formula è un teorema dobbiamo essere in grado di sapere se *esiste* una sua dimostrazione, ciò significa che dobbiamo in qualche modo avere a che fare con il dominio infinito delle dimostrazioni. Il carattere effettivo delle regole di derivazione e della proprietà di essere assioma ci consente di determinare, data una successione di formule, se essa è una dimostrazione, ma non di sapere se, data una formula $\alpha$, *esiste* una successione di formule che sia una sua dimostrazione. Una semplice riflessione ci mostra allora che per la decidibilità di una teoria è sufficiente che sia assiomatizzabile e completa. Ciò che, dunque, Tarski riuscì a dimostrare per $T^2_{GE}$ è che l'insieme dei teoremi di $T^2_{GE}$ è decidibile, cioè data una qualunque formula di $\mathcal{L}^*$ siamo in grado in un numero finito di passi e del tutto meccanicamente di stabilire se essa è o no un teorema di $T^2_{GE}$. Questo discende dalla completezza di $T^2_{GE}$ e dalla sua assiomatizzabilità. Alternativamente possiamo sfruttare la decidibilità di $T_{CRCO}$ e la traduzione

[11] A. Church diede una risposta negativa al problema della decisione per la logica del primo ordine. Vedi Church (1936a); (1936b).

$\lambda$. Il risultato dimostrato da Tarski è che l'interpretazione $\lambda: Form_{\mathcal{L}^*} \to Form_{\mathcal{L}}$ è effettiva, ovvero dato $\alpha$ di $\mathcal{L}^*$ è possibile, in un numero finito di passi, determinare $\tilde{\alpha}$ di $\mathcal{L}$. Dato $\alpha$ in $\mathcal{L}^*$ si deve decidere se $T^2_{GE} \vdash \alpha$ o no. Applicando $\lambda$, dopo un numero finito di passi abbiamo $\tilde{\alpha}$. Poiché $T_{CRCO}$ è decidibile, dopo un numero finito di passi sappiamo se $T_{CRCO} \nvdash \tilde{\alpha}$ o no. Per fedeltà sappiamo se $T^2_{GE} \vdash \alpha$ o no.

In una certa ampia misura, come correttamente sottolinea Rabin[12], sino agli anni sessanta dello scorso secolo «in the spirit of Hilbert's Program and of Turing's analysis of computabilità, it is tacitly assumed that for a theory T proved decidable, the question whether a given sentence is a theorem of T is a trivial one. For one needs only to mechanically apply the decision procedure in order to answer any such question. No creative or intelligent thinking is required for this process». Tale prospettiva iniziò a modificarsi sotto la spinta dei lavori di Fisher, di Rabin[13] e Meyers[14] che posero l'attenzione in modo particolare sulla *complessità computazionale* della soluzione di problemi di decisione[15]. Così, la questione non era più quella del problema della decisione, bensì la seguente: dato un algoritmo di decisione per una teoria *T*, quanto *tempo e spazio di memoria*[16] tale algoritmo impiega per decidere se un enunciato della teoria è un suo teorema?

In teoria della complessità computazionale si assume che siano *computazionalmente intrattabili* quei compiti che richiedono risorse di tempo e spazio di memoria (le cosiddette risorse computazionali) che

[12] Rabin (1977, 599).
[13] Fischer and Rabin (1974).
[14] Meyer (1975).
[15] Vedi anche Stockmeyer (1987). Si veda anche Papadimitriou (1994); Sipser (2005).
[16] Come opportunamente sottolineato da Frixione e Palladino (2004, 381): «queste due risorse hanno un ruolo, per così dire, 'asimmetrico': in un certo senso il tempo di calcolo è prioritario rispetto allo spazio di memoria, in quanto, se un calcolo richiede un certo spazio di memoria, esso deve necessariamente richiedere un tempo che sia almeno dello stesso ordine di grandezza. Se ad esempio un calcolo richiede uno spazio di memoria che cresce esponenzialmente, esso deve impiegare un numero di passi di calcolo almeno esponenziale, in quanto altrimenti non avrebbe il tempo sufficiente per operare su tutta la memoria richiesta. Non è detto però che valga il viceversa. Un calcolo può richiedere un tempo esponenziale anche se gli è sufficiente uno spazio di memoria polinomiale». Ovviamente, come Frixione e Palladino notano, questo vale certamente per computazioni sequenziali, nel caso del calcolo parallelo le cose meritano analisi ulteriori.

crescono esponenzialmente con la lunghezza dell'input[17]; e che siano *computazionalmente trattabili* quelli che richiedono risorse che crescono al più in modo polinomiale[18] con la lunghezza dell'input. In tale prospettiva, come correttamente si dice, la complessità computazionale non concerne quante risorse richiede di svolgere un determinato compito, bensì quanto aumentano le risorse richieste al crescere delle dimensioni dei dati.

Il confronto della nuova prospettiva con il lavoro tarskiano sembrò da subito fondamentale. Proprio studiando la complessità computazionale degli algoritmi di decisione, nel 1974, Fischer e Rabin provarono *in primis* per l'aritmetica di Presburger (dimostrata decidibile) che per ogni algoritmo di decisione esistono enunciati $\alpha$ di misura (numero dei simboli) $n$ tali che l'algoritmo richiede $2^{2^n}$ passi per decidere $\alpha$; ed in secondo luogo che l'algoritmo tarskiano[19] per la geometria elementare è inefficiente in quanto *esponenzialmente complesso*: essi mostrarono, infatti, che dato un qualunque algoritmo per la geometria euclidea elementare esistono infiniti enunciati della teoria tali che l'algoritmo non è in grado di decidere se è oppure no un teorema della teoria in meno di $2^{cn}$ passi, dove $c > 0$ ($c$ dipende dalla codificazione usata) ed $n$ la lunghezza dell'enunciato; e posero (senza dimostrazione) che esiste un $c > 0$ tale che l'algoritmo di Tarski verificherà o refuterà un enunciato della geometria elementare di lunghezza $n$ in al più $2^b$ passi con $b = 2^{cn}$.

Dunque, dal punto di vista della complessità computazionale, ciò significa, come evidenziato da Stockmeyer, che la usuale distinzione tra teorie decidibili ed indecidibili viene ad offuscarsi in quanto per un essere umano le teorie decidibili che ammettono algoritmi inefficienti equivalgono a teorie indecidibili:

> The fact that $Th(R,+)$ and $Th(R,+,\cdot)$ are decidible is of little use in designing practical decision algorithms. The exponential growth of the time required to accept $Th(R,+)$ suggests that any decision procedure for this problem will use hopelessly large amounts of time on relatively short

[17] Tali lunghezze sono misurate in modo opportuno ed in maniera diversa a seconda dei casi: nel caso in questione potremmo considerare il numero di simboli ricorrenti nell'enunciato da decidere.

[18] Dunque un algoritmo è considerato efficiente se esiste una funzione polinomiale $P$ tale che, per ogni enunciato della teoria in questione, l'algoritmo richiede un numero di passi minori o uguale a $P(n)$ (dove $n$ è la lunghezza dell'enunciato) per decidere se l'enunciato è o meno un teorema della teoria.

[19] Per ulteriori dettagli storici si veda Stockmeyer (1987). Un secondo interessante caso studio è quello proposto da D'Agostino (1992).

> sentences, and therefore that $Th(R,+)$ is "practically undecidable" even thoug it is tecnically decidable. Even though the value of $c$ and the density of sentences for which the theorem applies have not yet been determined well enough to draw solid conclusions, the term practical undecidability seems apt, since classical undecidability results are prone to similar objections. At the very least, an exponential lower bound on the time complexity of a problem serves as a warning not to seek a uniformly efficient decision algorithm but either to settle for an algorithm which does not work in all cases or to simplify the problem so that it becomes tractable.[20]

Tali risultati, ovviamente, non implicano una rinuncia a lavorare sulla geometria tarskiana dal punto di vista della dimostrazione automatica[21], perché in generale questo tipo di applicazioni è motivato anche dall'obiettivo di verificare la validità di nuovi algoritmi.

In conclusione, la teoria della complessità computazionale non ci insegna qualcosa di importante e di cui tener conto solo per la progettazione di nuovi algoritmi[22] e per l'informatica *tout court*, ma qualcosa che deve spronarci ad una riflessione più generale che senza dubbio raffinerebbe le analisi di molti problemi filosofici: dalla filosofia del linguaggio alla filosofia della matematica, dalla filosofia della fisica alla filosofia dell'economia, dalla filosofia della mente alla filosofia della biologia[23].

## Ringraziamenti

Ringrazio Silvio Bozzi per avermi introdotto a queste tematiche negli anni di insegnamento all'Università di Urbino: questo testo ha un grande debito con i suoi insegnamenti; ringrazio, inoltre, Fabio Acerbi, Giulia Giannini, Paolo Stellari, Angelo Vistoli, Massimo Sangoi per i loro utilissimi commenti.

[20] Stockmeyer (1987, 3).
[21] Vedi Quaife (1989); Narboux (2007).
[22] Rabin (1974); Simon, (1995).
[23] Si veda l'importante lavoro di Aaronson (2012); si veda anche Cherniak (1984); D'Agostino, Mondadori (1999).

## Riferimenti

Aaronson, S., 2012, «Why Philosophers Should Care About Computational Complexity» in: B. J. Copeland, C. Posy, O. Shagrir (a cura di), *Computability: Gödel, Turing, Church and Beyond*, MIT Press.

Caviness, B.F., Johnson, J.R., 1998, *Quantifier Elimination and Cylindrical Algebraic Decomposition*, Texts and Monographs in Symbolic Computation. Springer-Verlag.

Cherniak, C., 1984, «Computational Complexity and the Universal Acceptance of Logic», *The Journal of Philosophy*, LXXXI, n. 12, pp. 739-758.

Church, A., 1936a, «An Unsolvable Problem of Elementary Number Theory», *American Journal of Mathematics*, 58, pp. 345-363, e "A Correction", *ivi*, pp. 101-102.

Church , A., 1936b, «A note on Entscheidungsproblem», *The Journal of Symbolic Logic*, 1, n. 1, pp. 40-41.

D'Agostino, M., 1992, «Are tableaux an improvement on truth-tables? Cut-free proofs and bivalence», *Journal of Logic, Language and Information*, 1, pp. 235-252.

D'Agostino, M., Mondadori, M., 1999, «La logica è davvero analitica?», *Bollettino Filosofico del Dipartimento di Filosofia dell'Università della Calabria*, 15, pp. 283-306. Reperibile presso: www.rescogitans.it/download.php?attachment_id=457

Doner, J., Hodges, W., 1988, «Alfred Tarski and Decidible Theories», *The Journal of Symbolic Logic*, 53, n. 1, pp. 20-35.

Fischer, M.J., Rabin, M.O., 1974, «Super-exponential complexity of Pressburger arithmetic», *Complexity of Computation* (AMS-SIAM Proceedings), pp. 7-41, 1974.

Frixione, M., Palladino, D., 2004, *Funzioni, Macchine, Algoritmi. Introduzione alla Teoria della Computabilità*, Carocci, Roma.

Graziani, P., 2001, *Analisi e Sintesi in Geometria. La Prospettiva della Teoria Intuizionista dei Tipi*, Università degli Studi di Urbino.

Hilbert, D., 2009, *Fondamenti della geometria*, Franco Angeli, Milano.

Hodges, W., 1993, *Model Theory*, Cambridge University Press, Cambridge.

Jacobson, N., 1985, *Basic Algebra*, 2 vols., W. H. Freeman and Company, New York.

Keisler, H.J., 1977, «Fundamentals of model theory» in *Handbook of Mathematical Logic*, J. Barwise (a cura di), North Holland Publishing Company, Amsterdam, pp. 47-103.

Meyer, A.R., 1974, «The inherent complexity of theories of ordered sets», *Proceedings of the International Congress of Mathematics*, Canadian Mathematical Congress, Vancouver, pp. 477-482.

Narboux, J., 2007, «Mechanical Theorem Proving in Tarski's Geometry» in *Automated Deduction in Geometry*, F. Botana and T. Recio eds., Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg, pp.139-156.

Papadimitriou, C.H., 1994, *Computational Complexity*, Addison-Wesley.

Prestel, A., 1984, *Lectures on Formally Real Fields*, Springer-Verlag.

Quaife, A., 1989, «Automated Development of Tarski's Geometry», *Journal of Automated Reasoning*, 5, pp. 97-118.

Rabin, M.O., 1974, «Theoretical Impediments to Artificial Intelligence» in: Rosenfeld J. L. (a cura di) *Information Processing 74: Proceedings of IFIP Congress 74*, North-Holland, Amsterdam, pp. 615-619.

Rabin, M.O., 1977, «Decidable Theories» in *Handbook of Mathematical Logic*, J. Barwise (a cura di), North Holland Publishing Company, pp. 595-629.

Renegar, J., 1992, «On the Computational Complexity and Geometry of the First-order Theory of the Reals, Part I: Introduction. Preliminaries. The Geometry of Semi-algebraic Sets. The Decision Problem for the Existential Theory of the Reals», *Journal of Symbolic Computation*, 13, pp. 255-299.

Renegar, J., 1992, «On the Computational Complexity and Geometry o the First-order Theory of the Reals. Part II: The General Decision Problem. Preliminaries for Quantifier Elimination», *Journal of Symbolic Computation*, 13, pp. 301-327.

Renegar, J., 1992, «On the Computational Complexity and Geometry of the First-order Theory of the Reals. Part III: Quantifier Elimination», *Journal of Symbolic Computation*, 13, pp. 329-352.

Shoenfield, J.R., 1967, *Mathematical Logic*, Addison-Wesley, Reading (Mass.).

Simon, H.A., 1995, «Artificial Intelligence: an empirical science», *Artificial Intelligence*, 77, pp. 95-127.

Stockmeyer, L., 1987, «Classifing the Computational Complexity of Problems», *The Journal of Symbolic Logic*, 52, N. 1, pp. 1-43.

Sipser, M., 2005, *Introduction to the Theory of Computation (second Edition)*, Course Technology.

Szczerba, L.W., 1986, «Tarski and geometry», *The Journal of Symbolic Logic*, 51, N. 4, pp. 907-912.

Tarski, A., 1951, *A Decision Method for Elementary Algebra and Geometry*, second edition, Berkeley and Los Angeles, University of California Press.

Tarski, A., 1959, «What is Elementary Geometry?» in: *The Axiomatic Method, with Special Reference to Geometry and Physics*, L. Henkin, P. Suppes, and A. Tarski eds., amsterdam, North Holland.

Tarski, A., Givant, S., 1999, «Tarski's System of Geometry», *The Journal of Symbolic Logic,* 5, n. 2, pp. 175-214.

Van Den Dries, L., 1988, «Alfred Tarski's Elimination Theory for Real Closed Fields», *The Journal of Symbolic Logic*, 53, n. 1, pp. 7-19.

# Dai modelli riduzionistici della realtà fisica nella scienza classica alla complessità nella scienza contemporanea

Arcangelo Rossi
Università del Salento
arcangelo.rossi@le.infn.it

Anacronisticamente, l'illustre storico e filosofo neokantiano Ernst Cassirer attribuiva già alle origini della scienza moderna, in particolare a Galileo, la piena transizione da un'accezione sostantiva ed esplicativa dei modelli usati dagli scienziati ad una (da lui assunta come propriamente scientifica) formale e funzionale[1]. Questa, rispondendo a domande relative al "come" e non al "perché" dei fenomeni, riguarderebbe solo la descrizione dei comportamenti e delle relazioni quantitative tra gli stessi, senza fornire alcuna interpretazione relativa alla natura degli enti in gioco e alle loro relazioni causali, qualitative e sostanziali. Già con Galileo, per Cassirer, si attuerebbe cioè in pieno il passaggio dalla sostanza alla funzione nella scienza, come testimonierebbe, nel *Dialogo dei Massimi Sistemi* in particolare, la sua rinuncia a cercare la causa della gravità per limitarsi a cercarne invece i sintomi e gli effetti in termini sperimentali e quantitativi, prediligendo in sostanza la cinematica alla dinamica, i fenomeni alle spiegazioni[2].

Sarebbe tuttavia sbagliato ritenere che Galileo, nel cercare relazioni funzionali tra parametri empirici del moto, ad esempio, di caduta dei gravi, rinunciasse alla loro spiegazione causale, considerando egli comunque le

[1] Cassirer (1973).
[2] Galilei (1998, 253-254).


"Dai modelli riduzionistici della realtà fisica nella scienza classica alla complessità nella scienza moderna", in *Complessità e riduzionismo,* pp. 73-89
Published by Isonomia, Rivista online di Filosofia – Epistemologica – ISSN 2037-4348
Università degli Studi di Urbino Carlo Bo
http://isonomia.uniurb.it/epistemologica

leggi matematiche espressioni di qualità sostanziali, non solo empiriche e formali. Per lui infatti le relazioni funzionali erano non semplici espressioni di percezioni empiriche, ma frutto di astrazione e selezione, trattandosi di enti ideali, le cosiddette qualità primarie matematizzate che dovrebbero spiegare le stesse proprietà empiriche come risultato dell'interazione di quelle qualità primarie con i nostri organi di senso (cfr. *Il saggiatore*)[3]. Infatti le qualità primarie, espresse in linguaggio matematico, sarebbero comprensibili in termini geometrici intuitivi e meccanici, quindi causali, pur in assenza di una spiegazione completa della realtà fisica. Non vi è cioè in Galileo ancora una distinzione tra modelli formali e funzionali e modelli sostantivi, trattandosi sempre di modelli matematizzati più o meno parziali e più o meno in grado di farci conoscere la realtà. L'unica possibilità di sviluppo ulteriore della conoscenza consisteva per lui nell'estendere ulteriormente la portata dei modelli, insieme matematici e meccanici, comunque perfetti pur nella loro parzialità.

Nel metodo galileiano e nella sua ispirazione realista in termini di modelli sostantivi, sia pur sempre espressi in linguaggio matematico formale, vi è comunque un aspetto che impedisce di attribuire a Galileo una concezione puramente funzionalista dei modelli e che consiste nella profonda convinzione di Galileo stesso che la conoscenza umana sia *intensive*, cioè in riferimento alla sua esattezza nel conoscere particolari «affezioni» o proprietà fisiche matematicamente, tanto esatta quanto la conoscenza divina, anche se non è certo confrontabile *extensive* con essa, nel senso che le conosca tutte, conoscendone essa sempre solo alcune[4]. Come è noto, Cartesio criticò Galileo per aver costruito «senza fondamenti», per essersi limitato a poche «affezioni» accessibili e non aver cercato di conoscerle tutte attraverso i modelli sostantivi pur da lui utilizzati[5]. Cartesio riteneva cioè, in contrasto con Galileo, di poter conoscere già subito integralmente le essenze universali delle cose, laddove Galileo ammetteva che pretendere tanto – «tentar le essenze» –[6] fosse impossibile, per limitarsi alle poche regolarità matematiche accessibili attraverso un processo di idealizzazione a partire dall'esperienza sensoriale (in ogni caso non per mera induzione), fino a giungere a spiegazioni causali, geometriche e meccaniche, in termini di modelli sostantivi e non solo formali. Cartesio, assumendo come Galileo la priorità delle proprietà

[3] Galilei (1968, 187-188).
[4] Galilei, G., *Dialogo sopra i due massimi sistemi* cit., p. 112.
[5] Descartes, R., *Lettera a Mersenne dell'11 ottobre 1638* in *Tutte le lettere 1619-1650*, a cura di G. Belgioioso, Bompiani, Milano 2005, pp. 878-899.
[6] Galilei, G., *Opere* cit., vol. V, pp. 187-1188.

geometriche e meccaniche come base di spiegazione dei fenomeni in generale in termini di modelli riduzionistici, pretendeva, a differenza di Galileo, di fornire direttamente ed esaustivamente le cause dei fenomeni senza limitarsi a poche regolarità matematiche accessibili. Il suo obiettivo era infatti addirittura sostituire integralmente le cause finali e qualità essenziali aristoteliche con cause meccaniche universali, in termini di azioni di contatto meccaniche come cause nascoste delle stesse regolarità. In realtà però queste cause erano concepite mediante immaginazione analogica e idee di senso comune, spesso erronee nonostante la pretesa di validità matematica, piuttosto che da calcoli e osservazioni accurate, essendo esse matematiche e quantitative solo in linea di principio[7].

Il passo successivo fu compiuto da Newton con nuovi modelli, essenzialmente ma non solo di azione a distanza, che complementavano la trattazione meccanica e geometrica dei fenomeni di Cartesio con una dimensione qualitativa irriducibile, mettendo così in discussione la fisica di Cartesio che tendeva a escludere ogni elemento qualitativo dalla meccanica e quindi, riduzionisticamente, da tutta la fisica. Newton riusciva invece a ricavare da quella dimensione qualitativa effetti non solo spirituali e mentali, ma anche direttamente osservabili e calcolabili. Introduceva infatti potenze e cause dinamiche agenti anche a distanza sulla materia e indipendenti da essa[8]. Queste forze avevano per Newton carattere istantaneo, propagandosi impulsivamente nello spazio e nel tempo, *sensorium Dei* nel cui quadro Dio ricarica la macchina del mondo, destinata altrimenti ad arrestarsi, con sempre nuovi impulsi di potenza. Il riduzionismo newtoniano delle forze a distanza come impulsi di potenza, ad esempio direttamente proporzionali alle quantità di materia ed inversamente proporzionali al quadrato delle distanze, configurava dunque le forze stesse come direttamente agenti sulla materia e al tempo stesso come indipendenti da essa, a produrre i fenomeni, tali comunque da non essere più spiegabili nei termini di Cartesio di azioni di contatto materiali tra corpi, ma richiedenti un'indipendenza dinamica, in particolare in termini di gravitazione universale[9].

A differenza della forza di Newton, la *vis viva* del suo grande rivale Leibniz era intrinseca alla realtà fisica e materiale, concepita peraltro come continua, a differenza della materia di Newton concepita atomisticamente. Dunque la *vis viva* di Leibniz era sì elemento creativo, anch'esso di origine

[7] Descartes, R, *La Diottrica* e *Le Meteore*, in *Opere scientifiche*, volume secondo, a cura di E. Lojacono, UTET, Torino 1983, pp. 175-508.

[8] Koyré, A., *Studi newtoniani*, Einaudi, Torino 1972.

[9] Koyré, A., *Dal cosmo chiuso all'universo infinito*, Feltrinelli, Milano 1970.

divina, ma interno al mondo e conoscibile anche *a priori* e non solo per esperienza, *a posteriori*: la monade in cui l'intera realtà si riflette in continuità e conservazione delle sue proprietà dinamiche[10]. Per una piena comprensione del contrasto scientifico-filosofico tra Newton e Leibniz in termini di diversità di concezione riduzionistica dei due grandi padri della scienza classica, occorre considerare anche le loro diverse e perfino opposte interpretazioni delle nozioni fondamentali del calcolo infinitesimale, cioè di quel linguaggio matematico nuovo da essi sviluppato insieme e oltre quello geometrico e aritmetico della tradizione. Coerentemente con le loro diverse visioni, mentre Newton concepiva il calcolo come espressione di fenomeni fisici (ad esempio la derivata o «flussione» come velocità di variazione e la derivata seconda o «flussione di flussione» come accelerazione), Leibniz interpretava l'infinitesimo come punto metafisico, la monade in cui si concentra l'intera realtà per produrre ogni possibile grandezza. In un caso quindi la nuova matematica era basata sull'analogia fisica e un empirismo, espressione della libera volontà di Dio, irriducibile all'astratta ragione, mentre, nell'altro, era basata su essenze metafisiche precostituite, al tempo stesso meccaniche e quantitative e finali e qualitative[11]. Queste ultime quindi al tempo stesso spiegavano deterministicamente e orientavano finalisticamente l'intera realtà in modo ritenuto infallibile, assumendosi che una spiegazione puramente meccanica dei fenomeni nel senso di Cartesio, basata sulle sole collisioni per contatto, fosse insufficiente senza ricorrere ad un'animazione universale della realtà soggetta a continuità e conservazione assolute[12]. La grande Meccanica razionale del XVIII secolo tentò quindi di fare sintesi tra evidenza empirica delle discontinuità e perdite di potenza manifestate nello studio delle apparenze, da cui Newton aveva ricavato le forze come elementi discontinui separati dalla materia ma direttamente attivi su di essa, e invarianza dei processi dinamici continui suggerita da Leibniz. Tale sintesi che unificava i fenomeni fisici discontinui in termini di principi di continuità e conservazione, fu poi di fatto adattata da Kant al suo criticismo nei *Primi Principi Metafisici della Scienze della Natura*, tentando di dedurla dai più generali principi della Ragion Pura[13]. Proprio allo scopo di unificare concettualmente il molteplice dei fenomeni, la Meccanica

---

[10] Costabel, P., *Leibniz et la dynamique en 1692. Textes et commentaires*, Hermann, Paris 1969.
[11] Hall, A. R., *Philosophers at war. The Quarrel between Newton and Leibniz*, Cambridge U. P., Cambridge 1989.
[12] Drago, A., *La riforma della dinamica secondo G. W. Leibniz*, Hevelius Edizioni, Benevento 2003.
[13] Kant, I, *Primi principi metafisici della scienza della natura*, Cappelli, Bologna 1959.

razionale del XVIII secolo la giustificava invece ancora in termini ontologici leibniziani. Esempi ne sono il concetto di forza di Euler e il principio di conservazione di d'Alembert [14].

A Euler dobbiamo la prima formulazione differenziale rigorosa del II principio della dinamica in termine di variazioni continue come cause ultime delle variazioni discontinue finite osservabili, variazioni dinamiche messe in evidenza da Newton senza far ricorso al calcolo differenziale e alla continuità di Leibniz. In effetti Euler per primo combinò rigorosamente i concetti fisici di Newton e le nozioni filosofico-matematiche del calcolo infinitesimale di Leibniz. Il carattere invariantivo delle variazioni dinamiche a confronto con le perdite apparenti di potenza sottolineate da Newton e per lui compensate da acquisizioni sovrannaturali di potenza, fu inoltre chiarificato da d'Alembert, ugualmente *a priori* in senso riduzionistico, interpretando le discontinuità di urti bruschi di corpi duri, chiaramente implicate dalla meccanica a livello empirico, solo come limiti di variazioni infinitesimali continue al livello inosservabile subiacente (cioè «per gradi insensibili»), con l'effetto di escludere perdite assolute di potenza.

Contrariamente agli sviluppi successivi, influenzati da punti di vista positivistici e fenomenistici e dal criticismo kantiano, la visione della natura che emerge dalla scienza classica illuminista era comunque realista e riduzionista. In particolare, il suo punto di vista deterministico-causale aveva sì la sua base in un'interpretazione ontologica leibniziana della realtà, ma questa, pur pienamente determinista, non era a sua volta riducibile a catene causali separate tra loro, di carattere puramente meccanico, in una parola non era propriamente meccanicista e riduzionista, data la visione continua e olistica insieme, addirittura finalistica della realtà che la caratterizzava, per cui ogni elemento conteneva tutti gli altri e ne era causalmente contenuto. In ogni caso, l'aspetto deterministico-causale della visione di Leibniz, pur non potendo qualificarsi propriamente come riduzionista e meccanicista, influenzò decisamente il punto di vista della scienza classica, in particolare la Meccanica razionale, a sua volta indiscutibilmente realista e riduzionista. In realtà la visione ontologica leibniziana come concezione deterministica "complessa" della realtà arrivò a favorire anche sviluppi non semplicemente meccanicisti e riduzionisti della Scienza classica[15]. Solo in seguito però essa fu interpretata da positivisti e fenomenisti come mera conoscenza empirica governata da mere regolarità matematiche. E ciò non avvenne prima dell''800, non ancora ad

[14] Truesdell, C., *Essays in the History of Mechanics*, Springer Verlag, Berlin 1968.
[15] Brunet, P., *Etude historique sur le principe de moindre action*, Hermann, Paris 1938.

esempio in Lagrange, che si vantava di poter evitare rappresentazioni visive nella sua opera matematica proprio perché essa era esplicitamente basata sui principi *a priori* della conservazione della forza viva e della continuità ontologico-matematica, sebbene poi gli oggetti fisici cui essi venivano applicati fossero quelli della fisica newtoniana [16]. Subito dopo però, già Laplace identificava *tout court* la realtà con il mondo di Newton in termini atomico-molecolari così come sarebbe suggerito dall'esperienza o almeno approssimato da essa, mentre i principi esprimevano per lui le regolarità matematiche delle interazioni a distanza newtoniane, non già strutture ontologiche continue cartesiane o leibniziane. Egli salvaguardava tuttavia il carattere unificante di quei principi matematici. Così essi erano, contrariamente a Leibniz, interpretati come principi deterministici in senso anti-finalistico, comunque ancora unificanti e traducibili in modelli riduzionistici elementari di tipo meccanicistico, in termini di atomi e forze di interazione[17]. Laplace stesso tuttavia, pur convinto della validità del suo riduzionismo meccanicistico, del suo potere unificante e della sua capacità previsionale, ammetteva che in generale i mezzi di calcolo richiesti e la conoscenza dello stato iniziale di un sistema fisico per determinarne esattamente l'evoluzione successiva, non erano a nostra disposizione tanto da permettere una previsione di assoluta precisione. Ciò naturalmente minava la fiducia nel determinismo meccanicistico che tuttavia Laplace compensava con il ricorso alla probabilità come strumento di approssimazione e «rimedio dell'ignoranza», rinunciando a una conoscenza di dettaglio assoluta e completa, attribuibile solo a un'ipotetica intelligenza matematica dotata di una potenza di calcolo e una capacità di osservazione infinite e non umane[18]. Diversa fu la reazione dei fenomenisti e dei positivisti in generale alla crisi del riduzionismo meccanicistico classico quale si esprimeva nell'impossibilità di realizzare lo stesso programma riduzionistico classico, non disponendosi delle risorse matematiche e sperimentali necessarie richieste, supposte infinite. Essi reagirono attribuendo un carattere interamente empirico, formale e funzionale alle leggi e uniformità matematiche che, nella sua visione riduzionista, Laplace interpretava ancora meccanicisticamente. In tal modo, per Fourier, Ampère, Fresnel le leggi matematiche «unicamente dedotte dall'esperienza», come recita il titolo del lavoro fondamentale di Ampère sull'elettrodinamica,

---

[16] Capecchi, D., e Drago, A., *Lagrange e la storia della meccanica*, Progedit, Bari 2005.
[17] Laplace, P. S., *Exposition du système du monde*, in *Œuvres*, Gauthier-Villars, Paris 1909.
[18] Laplace, P. S., *Essai philosophique sur les probabilités*, Courcier, Paris 1814.

erano non modelli sostantivi, ma empirici e funzionali, di carattere strumentale rispetto a esigenze specifiche di correlazione empirica[19].

Tuttavia, la fisica teorica successiva tentò ancora di dare fondamenti ontologici alla fisica classica in termini di modelli sostantivi riduzionistici e analogico-modellistici. Ma, al tempo stesso, essa preparò il terreno per le rivoluzioni scientifiche della fisica del XX secolo che proprio quei termini finirono per mettere in discussione . Così, in particolare J. C. Maxwell, pur partito dal programma riduzionistico forte di costruire una dinamica dell'etere come oggetto fisico fondamentale, "portatore" meccanico dei fenomeni elettromagnetici, per cui si sarebbe dovuto spiegare nei termini delle proprietà e dei comportamenti di tale oggetto l'intera fenomenologia del campo elettromagnetico, era giunto invece a elaborare in termini sempre più formali e funzionali e sempre meno sostantivi tale visione analogica, il cosiddetto «metodo delle analogie fisiche». Questo riduceva essenzialmente il contenuto dei modelli, se non alle mere correlazioni empirico-formali dei positivisti matematici, a strutture matematiche generali, unificanti sì diversi campi fenomenici, meccanici ed elettromagnetici in particolare, ma senza identificarne i supposti "portatori". Questi apparivano sempre più irriducibili a oggetti specifici, come appunto l'ipotetico etere, nonostante l'uso euristico e matematico che, in termini di correlazioni funzionali, ne veniva fatto nella *Dynamical Theory* maxwelliana. Questa era peraltro ispirata alla visione continuista e matematica *a priori* di Lagrange, ma liberata dei suoi aspetti ontologico-metafisici per assumere una connotazione sempre più solo euristico-funzionale. Occorre comunque sottolineare che, per quanto riguarda invece l'altra teoria fisica elaborata da Maxwell in termini di modelli, la teoria cinetica dei gas, Maxwell restò più vicino alla tradizione riduzionista, ad esempio laplaciana. L'oggetto "portatore" del modello, in questo caso la molecola, si trasformava però sempre più in relazione funzionale, senza poter più fornire una base interpretativa strutturale stabile dei fenomeni trattati[20].

Come A. Einstein e L. Infeld avevano interpretato l'evoluzione della fisica tra '800 e '900 quale sviluppo di indizi non subito compresi alla luce di teorie e principi non ancora esplicitamente elaborati, ma comunque contenenti indicazioni che andavano nella direzione di quelle teorie e principi[21], anche l'emergere della complessità nella scienza contemporanea

---

[19] D'Agostino, S., *Part One: From Mechanics to Electrodynamics*, in Id., *A History of the Ideas of Theoretical Physics, Essays on the Nineteenth and Twentieth Century Physics*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht 200, pp 103-106.
[20] *Ibid., Part Two: Electromagnetic Waves*, pp. 109-216.
[21] Einstein, A., - Infeld, L., *L'evoluzione della fisica*, Einaudi, Torino 1948.

non fu subito compreso nel suo pieno significato e tardò a svilupparsi quindi sino alla seconda metà del ‘900. Lo stesso Poincaré, che più di tutti affrontò direttamente alla fine dell’’800 il tema dell’imprevedibilità dell’evoluzione di sistemi pur dotati di pochi gradi di libertà (tipicamente: i tre corpi interagenti della meccanica newtoniana), non maturò subito la trattazione “caotica” del fenomeno, in quanto troppo difficile da superare era anche per lui l’idea preconcetta in genere negli scienziati classici, della stabilità dell’evoluzione di un simile sistema, e quindi della possibilità di approssimare sempre una soluzione periodica stabile e confinata in una superficie chiusa dello spazio delle fasi. Fu solo a un secondo tentativo che Poincaré. si rese conto che invece la traiettoria del sistema non era contenuta in una superficie chiusa dello spazio delle fasi ma era caotica, pertanto irriducibile a soluzioni periodiche stabili[22]. Quindi un altro grande matematico francese, J. Hadamard, ispirandosi allo stesso Poincaré, applicò il punto di vista caotico a fenomeni meccanici ordinari, in particolare allo studio del moto di palle di biliardo che percorrono geodetiche, divergendo sempre più nelle loro traiettorie per minime incontrollabili variazioni delle condizioni iniziali del loro moto[23]. Ma il persistere, nonostante tutto, del punto di vista classico, con un ritardato sviluppo della nuova impostazione, è dimostrato dal fatto che ancora negli anni ‘40 del ‘900 prevaleva, ad esempio nello studio, da parte del grande L. Landau, della turbolenza, tipico fenomeno caotico, l’approccio all’irregolarità e instabilità del fenomeno stesso in termini di sovrapposizione di oscillazioni armoniche semplici, ancora secondo il punto di vista meccanicistico che interpretava i fenomeni complessi in generale, pur dipendenti da relazioni funzionali irriducibili, come mera somma di “mattoni elementari”[24]. Solo negli anni ‘60, a opera, tra gli altri, di un esperto dei fenomeni atmosferici, E. Lorenz, si mostrò che l’irregolarità di tali fenomeni di moti fluidi non dipende dal gran numero di variabili in gioco, ma dal caos deterministico che interviene, come dipendenza sensibile da piccole variazioni delle condizioni iniziali, anche in sistemi all’apparenza semplici e con pochi gradi di libertà[25], esattamente come avevano teorizzato Poincaré e Hadamard molti anni prima. Pur senza negare affatto il determinismo dell’evoluzione del sistema studiato, quanto

---

[22] Poincaré, J. H., *Sur le probleme des trois corps et les equations de la dynamique*, in *Oeuvre*s, Gauthier-Villars, vol. VII, pp. 262-479.

[23] Hadamard, J., *Les surfaces à courbures opposées a leur lignes géodésiques*, in Oeuvres, CNRS, Paris 1968, vol 2, pp. 729-75.

[24] Landau, L. D., *Sul problema della turbolenza* (in russo), «Dokl. Akad. Nauk. SSSR», vol 44, 8, 339-42 (1994).

[25] Lorenz, E., *Deterministic Nonperiodic Flow*, «J. Atmos. Sci.» 20, 130 (1963).

piuttosto la possibilità di controllarlo, ci si limitava a riconoscerne la tendenza evolutiva asintotica in termini di diversi attrattori o bacini di attrazione in cui il sistema potrebbe riversarsi nella sua evoluzione[26]. Il punto è che le equazioni differenziali operanti per questi sistemi esprimono sì un andamento totalmente deterministico ma, come Poincaré in particolare evidenziò, al tempo stesso non lineare, tanto da dover contemplare una rapida evoluzione divergente degli effetti, appunto anche per piccole differenze nelle condizioni iniziali. Solo a partire dagli anni '60 del '900 comunque il comportamento caotico in meccanica riscosse sempre più l'interesse dei fisici. Per la verità, come nota D. Ruelle[27], anche nell'ambito della meccanica e della fisica le idee avanzatissime, perfino rivoluzionarie di Poincaré sul caso, che anticiparono in modo sorprendentemente moderno le attuali concezioni, tardarono molto a diffondersi e a essere riconosciute, nonostante la loro consapevolezza e modernità. Vi fu infatti una polarizzazione dei fisici, in generale, sulla nuova meccanica quantistica in quanto nuova teoria del caso che avrebbe superato completamente la meccanica deterministica classica, cui invece la teoria di Poincaré era vista, nonostante tutto, ancora subordinata, come teoria deterministica in cui il caso appariva comunque in un quadro deterministico, benché non riduzionistico e controllabile. Un altro motivo per cui la teoria di Poincaré non ebbe seguito immediato come teoria fisica, anche se, dato il grande prestigio matematico del suo autore, si impose come pura matematica, è da individuare nel carattere spesso ancora intuitivo e qualitativo delle sue idee prima che si sviluppassero strumenti matematici per la fisica più adeguati, come la teoria della misura e il teorema ergodico, oltre che mezzi di calcolo più potenti nel trattamento di grandi quantità di dati esprimenti minime variazioni di condizioni iniziali dei sistemi caotici da cui ricavare effetti sensibili macroscopici. Com'è noto, tali mezzi più potenti cominciarono a essere sviluppati solo trenta/quaranta anni dopo la morte di Poincaré: i primi calcolatori elettronici in grado di elaborare in tempi ragionevoli enormi quantità di dati numerici[28]. Un altro aspetto problematico della nuova teoria nella sua applicazione ai casi di dipendenza sensibile dalle condizioni iniziali era poi espresso dalla critica convenzionalista mossa dal grande fisico ed epistemologo P. Duhem secondo cui la teoria stessa era poco utilizzabile, dato che non permetteva di fare previsioni a lungo termine[29].Vi è tuttavia la possibilità di definire il grado di caoticità e quindi di

[26] Vulpiani, A., *Determinismo e caos*, La Nuova Italia Scientifica, Roma 1994.
[27] Ruelle, D., *Caso e caos*, Bollati Boringhieri, Torino 1992.
[28] *Ibid.*, p. 58.
[29] *Ibid.*, p. 56.

imprevedibilità di un sistema attraverso i cosiddetti esponenti caratteristici di Lyapunov[30]. Questi permettono di descrivere gli attrattori in cui tendono a collocarsi nello spazio delle fasi i sistemi dotati di sensibilità alle condizioni iniziali, fornendo informazioni anche di carattere quantitativo e non solo qualitativo, in particolare quella espressa nei termini dell'entropia di Kolmogorov-Sinai come grado di caoticità di un sistema[31], potendosi definire anche la dimensione geometrica "frattale" degli attrattori, senza tuttavia potersi prevedere se non con un'incertezza ineliminabile, se il sistema finirà in uno o in un altro[32].

Il contributo di Kolmogorov e in generale della scuola matematica sovietica è stato quello di fornire una definizione quantitativa e formale della complessità in generale, sottratta ad ambiguità e imprecisioni che facilmente emergono in un campo tuttora oggetto di discussioni. Basti pensare al conflitto che vi fu negli anni '90 tra I. Prigogine e R. Thom sul carattere deterministico per Thom e aleatorio e indeterministico per Prigogine della complessità[33]. Ebbene, l'introduzione dell'incompressibilità algoritmica come misura della complessità dovuta a Kolmogorov *et al.*[34], pur senza dirimere la diatriba determinismo-indeterminismo, la riconduceva entro limiti ragionevoli, definendo rigorosamente un campo semantico, quello della complessità appunto, condivisibile da parte di punti di vista anche diversi e opposti, tale da comprenderne ed esprimerne gli aspetti fondamentali, invarianti e comuni, un po' come peraltro fece lo stesso Kolmogorov a proposito di un altro fondamentale concetto, la probabilità. Secondo la nuova definizione di complessità, si tratta di determinare il numero di *bit* o unità di informazione minime in termini di comandi al computer per generare una serie di cifre binarie (0,1), numero al disotto del quale la serie non sarebbe generabile. La complessità corrisponderebbe in sostanza all'incompressibilità algoritmica della sequenza. Sarebbe dunque complesso un sistema che non si lasci catturare subito da semplici regole per essere prodotto in modo semplice, preciso e non ambiguo. Come si diceva, al disotto di un numero di *bit* che ne esprimerebbe il grado di complessità, il

---

[30] Vulpiani, A., op. cit., pp. 66-69.
[31] *Ibid.*, p. 67.
[32] *Ibid.*, pp. 69-73.
[33] Pomian, K., (a cura di), *Sul Determinismo*, Il Saggiatore, Milano 1991.
[34] Solomonoff, R. J., *A formal theory of inductive inference*, «Inform. and Control», vol 7 (1964), pp. 1-22, 224-54; Kolmogorov, A. N., *Tre approcci alla definizione del concetto di quantità di informazione*, «Probl. Peredachi Inform.», vol 1 (1965), pp. 3-11; Chaitin, G. J., *On the length of programs for computing finite binary sequences*, «J. ACM», vol 13 (1966), pp. 547-69.

sistema è dunque irriproducibile. Non è quindi possibile comprimere oltre quel limite l'algoritmo di istruzioni per generare il sistema, mentre in alcuni casi dobbiamo addirittura rassegnarci ad identificare l'algoritmo generatore della sequenza con l' elenco completo, eventualmente infinito, dei termini della sequenza. In ogni caso, la caoticità dipende causalmente, deterministicamente, dalle condizioni iniziali ed è quindi oggettiva, ma è al tempo stesso anche epistemica, in quanto dovuta all'incapacità dell'osservatore di determinare esattamente lo stato iniziale del sistema e quindi di effettuare previsioni a lungo termine, pur essendo le condizioni iniziali stesse oggettive e deterministicamente operanti. Si tratta di una situazione di indecidibilità che richiama il teorema di incompletezza di Gödel[35]. Il problema è che non è possibile determinare le condizioni iniziali con precisione arbitraria, ed effettuare una previsione con l'accuratezza desiderata, così come non è possibile dimostrare simultaneamente la completezza e la non contraddittorietà dell'aritmetica elementare. Il carattere indubbiamente deterministico, dal punto di vista ontico, dello stato di un sistema, almeno apparentemente contrasta dunque con l'imprevedibilità di principio dell'evoluzione di quel sistema, La contraddizione tuttavia si può e si deve superare assumendo come del tutto sensato non identificare il carattere deterministico con la possibilità di previsione esatta, contrariamente a quanto afferma Popper nel *Poscritto* alla *Logica della scoperta scientifica*[36]. Secondo lui infatti il punto di vista indeterministico sarebbe letteralmente dimostrato dai casi di impossibilità di previsione, come se non fosse possibile che il determinismo ontico conviva senza contraddizione con l'imprevedibilità epistemica. La situazione è simile a quella dell'irreversibilità, che può coesistere oggettivamente in un sistema, senza contraddizione, con la reversibilità meccanica delle leggi che governano lo stesso sistema, in quanto si tratta sempre del fatto che, come nel caso dell'interpretazione meccanica della termodinamica, il numero delle condizioni iniziali che implicano l'irreversibilità è incommensurabilmente maggiore di quello delle condizioni iniziali che implicano la reversibilità, pur non essendovi alcuna contraddizione di principio tra l'uno e l'altro. Analogamente, il numero delle condizioni iniziali che implicano l'imprevedibilità è, nel caso dei processi caotici, maggiore di quello delle condizioni iniziali che non l'implicano, senza che vi sia alcuna contraddizione tra l'uno e l'altro. In particolare, R. Thom ha sottolineato, in

[35] Ford, J., *How random is a coin toss?*, «Physics Today», 36 (1983), 40.
[36] Popper, K.R., *Poscritto alla Logica della scoperta scientifica*, II. *L'universo aperto. Un argomento per l'Indeterminismo*, Il Saggiatore, Milano 1984.

polemica con I. Prigogine, che il determinismo è inevitabile per la scienza ed esprime la necessaria causalità dei processi fisici, senza che ciò impedisca di definire alcuni di tali processi al tempo stesso del tutto deterministici e oggettivamente imprevedibili, data la complessità e irregolarità degli stessi. Nei termini appunto di un caos deterministico rigorosamente definibile in un'accezione causale necessaria e, se non prevedibile, non perciò contraddittoria rispetto a quei diversi processi che siano anch'essi deterministici, ma al tempo stesso oggettivamente prevedibili. Essa non costituirà quindi alcuna alternativa, se non in termini di maggiore complessità oggettiva, rispetto al determinismo classico, riduzionistico e, almeno in linea di principio, prevedibile[37]. Entra in gioco a questo punto la trattazione statistica e probabilistica sviluppata in fisica soprattutto a partire da Maxwell e Boltzmann per superare la difficoltà di previsione nell'evoluzione di un sistema con molti gradi di libertà, per cui ci si accontenta di una previsione più grossolana, o meglio si sostituisce alla determinazione esatta delle condizioni iniziali una determinazione solo statistica e probabilistica. Diverso, come sappiamo, è il caso della meccanica quantistica che, almeno nella sua interpretazione ortodossa, assume la probabilità come irriducibile anche in linea di principio, secondo il principio di indeterminazione di Heisenberg. Il caos deterministico ripropone quindi piuttosto il punto di vista di Maxwell e Boltzmann in quanto non pone un limite assoluto, ontologico alla possibilità di determinazione delle condizioni iniziali, ma piuttosto un limite dovuto, nel caso della meccanica statistica, all'alto numero di particelle coinvolte e, nel caso del caos deterministico, nei sistemi caotici, all'oggettiva dipendenza sensibile dalle piccole variazioni delle condizioni iniziali, sempre però da un punto di vista deterministico[38].

A tale proposito, occorre evitare, anche nello studio della complessità, di confondere conoscenza ed ignoranza. Pur riconoscendo il progresso dovuto allo studio del caos, della turbolenza, dei sistemi fuori dall'equilibrio, non siamo in grado di estrarre da questo studio con certezza la chiave dei processi creativi emergenti come autentiche novità irriducibili, dovute ad una loro produzione spontanea a partire da processi e fenomeni di più basso livello. Per definire matematicamente il difficile rapporto tra caos e determinismo come base per poter riuscire a spiegare i processi creativi, si è quindi tentato, sulla scia di Poincaré, di fare ricorso alla relazione tra

[37] Thom, R., in Pomian, K., cit.
[38] Sinai, Ya. G., *L'aléatoire du non-aléatoire* in A. Daham-Dalmedico, J.L. Chabert e K. Chemla (a cura di), *Chaos et determinisme*, Editions du Seuil, Paris 1992.

lineare e non lineare come opposte linee di analisi matematica, essendo la non linearità più adatta a render conto matematicamente proprio dei processi più imprevedibili ed incontrollabili, dato che i sistemi non lineari hanno appunto, come si sa, conseguenze non banalmente proporzionali alle condizioni iniziali. In essi a piccole variazioni di queste si avrebbero effetti sensibili appunto non lineari. Si deve effettivamente ammettere che prima che si sviluppasse alla fine dell''800 la tematica della complessità in fisica vi era una netta tendenza alla linearizzazione nello studio delle equazioni differenziali ordinarie. Resta comunque tuttora problematica la pretesa della teoria della complessità di rendere conto dell'emergere di nuove proprietà, a partire da livelli inferiori, a livelli superiori, dalla materia bruta alla vita e alla coscienza, prima in genere supposte non trattabili in senso riduzionistico finché, a partire dal XIX secolo, si pensò appunto di poterle trattare mediante approcci matematici deterministici e probabilistici come vie per pervenire dal semplice al complesso[39]. In particolare, il problema di trattare le proprietà di memoria dei sistemi mediante i metodi di isteresi o retroazione, oltre l'approccio meccanico tradizionale, rappresentò un terreno importante di approfondimento della dimensione storica e auto-organizzativa di sistemi non solo fisici, ma senza con questo riuscire a spiegare nei limiti della teoria della complessità l'aspetto creativo e finalistico di tali sistemi. Va anzitutto attribuito a Boltzmann[40] il primo tentativo di trattazione matematico-formale dei fenomeni fisici di elasticità con memoria, per cui l'evoluzione di un sistema non dipende da un solo stato iniziale come nell'impostazione riduzionistica classica, ma da tutta la storia pregressa del sistema, tanto da richiedere l'impiego di strumenti analitici nuovi, le equazioni integro-differenziali la cui formulazione completa dobbiamo al grande V. Volterra[41], lo stesso che, come l'americano A. J. Lotka, mise a punto anche le equazioni differenziali non lineari per lo studio dell'interazione tra specie predatrici e specie predate, alla base dei processi di evoluzione biologica[42].

---

[39] Israel, G., *Some critical observations on the science of complexity*, in P. Freguglia *et al.* (a cura di*), The Science of Complexity: chimera or reality?*, Società Editrice Esculapio, Bologna 2005, pp. 150-70.

[40] Ianniello, M. G., *Il contributo di Boltzmann alla teoria dei fenomeni di elasticità «con memoria»*, «Giornale di Fisica», XXXVI, Aprile-Giugno 1995, pp. 121-150

[41] Volterra, V., *Theory of Functionals and of Integro-Differential Equations*, Dover, New York 1965.

[42] Volterra, V., *Leçons sur la theorie mathematique de la lutte pur la vie*, Gauthier-Villars, Paris 1931.

In ogni caso, né le equazioni differenziali lineari per lo studio dei sistemi dotati di memoria, né le equazioni differenziali non lineari per lo studio delle interazioni prede-predatori, per quanto ampliassero la portata dell'analisi nel senso della complessità dei processi studiati da un punto di vista statistico o deterministico, possono rendere conto di quegli obiettivi e finalità che pure si assumono alla base dei processi studiati. Il fatto è che obiettivi e finalità non si lasciano ridurre ai meccanismi deterministici e alle relazioni statistiche obiettive che pure contribuiscono alla loro affermazione. Se poi si allarga lo sguardo ai fenomeni sociali e umani, volendo rappresentarli unicamente mediante algoritmi deterministici o probabilistici alla stregua di fenomeni fisici da cui si vogliano far emergere fenomeni nuovi e creativi, in realtà si avrà solo una loro rappresentazione del tutto inadeguata, estremamente povera in termini di movimenti del tutto casuali del tipo dei moti "browniani" di un marinaio ubriaco incerto sulla strada da prendere come l'asino di Buridano, secondo Thom[43] per il quale nulla può essere più lontano dalle decisioni e scelte di un soggetto cosciente. Si potrà al massimo riuscire a enunciare leggi fisiche impersonali attraverso una loro riduzione ai soli aspetti universali legali, seguendo la raccomandazione di Galileo di «difalcare gli impedimenti»[44]. Lo studio dei comportamenti coscienti orientati ad uno scopo potrà invece progredire solo se evita di appiattirsi sul modello metodologico deterministico causale o statistico casuale allo scopo di conseguire conclusioni puramente obiettive su comportamenti soggettivi, e se cerca di ridimensionare la procedura fisica galileiana di «difalcare gli impedimenti». In ogni caso, la formalizzazione nelle scienze che hanno attinenza con la storia, con gli scopi e le decisioni e, prima ancora, con le dinamiche dell'evoluzione biologica (in particolare con il tentativo di tradurre, come si è visto, in linguaggio modellistico analitico-formale i contenuti dei processi genetico-evolutivi), non potrà certo assumere mai le stesse dimensioni che ha assunto nella fisica, in termini di espansione/applicazione di procedure matematico-formali. Peraltro neppure nella fisica, a rigore, nonostante gli sviluppi positivi della scienza della complessità, questa deve rischiare, attraverso la matematizzazione/formalizzazione, di presentarsi come una versione solo un po' aggiornata del riduzionismo classico. In definitiva, pur coesistendo proficuamente anche con il riduzionismo classico, la scienza della complessità se ne deve differenziare, per cooperare anche con altre forme cognitive diverse dalla

---

[43] Thom, R., *Introduction* a P. S. Laplace, *Essai philosophique sur la proabilité*, Bourgois, Paris 1986.
[44] Galilei, G., *Dialogo sopra i due massimi sistemi* cit., p. 224.

pura formalizzazione e matematizzazione, in termini di storicità e soggettività, dato che neanche le leggi più formali della storia possono essere banalmente ricavate dai sistemi dinamici deterministici, in particolare sul modello della fisica. Quindi si tratta di riconoscere l'apporto conoscitivo autonomo di settori di cultura e conoscenza anche diversi dalla fisica-matematica, anche storico-filosofici e perfino artistico-letterari. Settori che cercano anch'essi di stabilire forme proprie di ordine e obiettività anche quantitative e di trarre insegnamenti da esempi e generalità tipizzate dall'esperienza, in forme comunque autonome e diverse da quelle proprie della fisica-matematica, pur coesistendo con essa. Questa tende invece talvolta, problematicamente, perfino a cercare di ridurre quelle diverse forme cognitive al proprio modello metodologico di scienza della complessità, su basi comunque totalmente formali-matematiche e pertanto certamente non sufficienti[45].

**Riferimenti**

Brunet, P., 1938, *Etude historique sur le principe de moindre action*, Hermann, Paris.

Cassirer, E., 1973, *Sostanza e funzione*, La Nuova Italia, Firenze.

Capecchi, D., Drago, A., 2005, *Lagrange e la storia della meccanica*, Progedit, Bari

Chaitin, G.J., 1966, *On the length of programs for computing finite binary sequences*, «J. ACM», vol 13, pp. 547-69.

Costabel, P., 1969, *Leibniz et la dynamique en 1692. Textes et commentaires*, Hermann, Paris.

D'Agostino, S., 2000, *A History of the Ideas of Theoretical Physics, Essays on the Nineteenth and Twentieth Century Physics*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.

Descartes, R., 2005, *Lettera a Mersenne dell'11 ottobre 1638* in *Tutte le lettere 1619-1650*, a cura di G. Belgioioso, Bompiani, Milano, pp. 878-899.

Descartes, R., 1983, *La Diottrica* e *Le Meteore*, in *Opere scientifiche*, volume secondo, a cura di E. Lojacono, UTET, Torino, pp. 175-508.

Drago, A., 2003, *La riforma della dinamica secondo G. W. Leibniz*, Hevelius Edizioni, Benevento.

Einstein, A., Infeld, L., 1948, *L'evoluzione della fisica*, Einaudi, Torino.

Ford, J., 1983, «How random is a coin toss?», *Physics Today*, 36, 40.

[45] Israel, G., cit.

Galilei, G., 1998, *Dialogo sopra i due massimi sistemi*, a cura di O. Besomi e M. Helbing, Antenore, Padova, vol. I, *Testo*.

Galilei, G., 1968, *Opere*, Barbera, Firenze, vol. VI, 187-188.

Hadamard, J., 1968, *Les surfaces à courbures opposées a leur lignes géodésiques*, in Œuvres, CNRS, Paris, vol 2, pp. 729-75.

Hall, A.R., 1989, *Philosophers at war. The Quarrel between Newton and Leibniz*, Cambridge U. P., Cambridge.

Ianniello, M. G., 1995, *Il contributo di Boltzmann alla teoria dei fenomeni di elasticità «con memoria»*, «Giornale di Fisica», XXXVI, Aprile-Giugno, pp. 121-150

Israel, G., 2005, *Some critical observations on the science of complexity*, in P. Freguglia *et al.* (a cura di), *The Science of Complexity: chimera or reality?*, Società Editrice Esculapio, Bologna, pp. 150-70.

Kant, I, 1959, *Primi principi metafisici della scienza della natura*, Cappelli, Bologna.

Koyré, A., 1972, *Studi newtoniani*, Einaudi, Torino.

Koyré, A., 1970, *Dal cosmo chiuso all'universo infinito*, Feltrinelli, Milano.

Landau, L.D., 1994, «Sul problema della turbolenza» (in russo), *Dokl. Akad. Nauk. SSSR*, vol 44, 8, pp. 339-42.

Laplace, P.S., 1909, *Exposition du système du monde*, in *Œuvres*, Gauthier-Villars, Paris.

Laplace, P.S., 1814, *Essai philosophique sur les probabilités*, Courcier, Paris.

Lorenz, E., 1963, *Deterministic Nonperiodic Flow*, «J. Atmos. Sci.» 20, 130.

Poincaré, J. H., 1916–54, *Sur le problème des trois corps et les équations de la dynamique*, in *Œuvres*, Gauthier-Villars, vol. VII, pp. 262-479.

Pomian, K., 1991, (a cura di), *Sul Determinismo*, Il Saggiatore, Milano.

Popper, K.R., 1984, *Poscritto alla Logica della scoperta scientifica*, II. *L'universo aperto. Un argomento per l'Indeterminismo*, Il Saggiatore, Milano.

Ruelle, D., 1992, *Caso e caos*, Bollati Boringhieri, Torino.

Sinai, Ya. G., 1992, *L'aléatoire du non-aléatoire* in: A. Daham-Dalmedico, J.L. Chabert e K. Chemla (a cura di), *Chaos et determinisme*, Editions du Seuil, Paris.

Solomonoff, R.J., 1964, «A formal theory of inductive inference», *Inform. and Control*, vol 7, pp. 1-22, 224-54; Kolmogorov, A.N., 1965, «Tre approcci alla definizione del concetto di quantità di informazione», *Probl. Peredachi Inform.*, vol 1, pp. 3-11

Thom, R., 1986, *Introduction* a P. S. Laplace, *Essai philosophique sur la proabilité*, Bourgois, Paris.
Truesdell, C., 1968, *Essays in the History of Mechanics*, Springer Verlag, Berlin.
Volterra, V., 1931, *Lecons sur la theorie mathematique de la lutte pur la vie*, Gauthier-Villars, Paris.
Volterra, V., 1965, *Theory of Functionals and of Integro-Differential Equations*, Dover, New York.
Vulpiani, A., 1994, *Determinismo e caos*, La Nuova Italia Scientifica, Roma.

# Complex Systems Biology

Roberto Serra
Modena and Reggio Emilia University
ECLT (Euroopean Centre for Living Technology), Venice
roberto.serra@unimore.it

## 1. Introduction

The term "Complex Systems Biology" was introduced a few years ago [Kaneko, 2006] and, although not yet of widespread use, it seems particularly well suited to indicate an approach to biology which is well rooted in complex systems science.

Although broad generalizations are always dangerous, it is safe to state that mainstream biology has been largely dominated by a gene-centric view in the last decades, due to the success of molecular biology. So the one gene - one trait approch, which has often proved to be effective, has been extended to cover even complex traits. This simplifying view has been appropriately criticized, and the movement called systems biology has taken off.

Systems biology [Noble, 2006] emphasizes the presence of several feedback loops in biological systems, which severely limit the range of validity of explanations based upon linear causal chains (e.g. gene → behaviour). Mathematical modelling is one the favourite tools of systems biologists to analyze the possible effects of competing negative and positive feedback loops which can be observed at several levels (from molecules to organelles, cells, tissues, organs, organisms, ecosystems).

Systems biology is by now a well-established field, as it can be inferred by the rapid growth in number of conferences and journals devoted to it, as well as by the existence of several grants and funded projects.


"Complex System Biology", in *Complessità e riduzionismo*, pp. 91-98
Published by Isonomia, Rivista online di Filosofia – Epistemologica – ISSN 2037-4348
Università degli Studi di Urbino Carlo Bo
http://isonomia.uniurb.it/epistemologica

Systems biology is mainly focused upon the description of specific biological items, like for example specific organisms, or specific organs in a class of animals, or specific genetic-metabolic circuits. It therefore leaves open the issue of the search for general principles of biological organization, which apply to all living beings or to at least to broad classes.

We know indeed that there are some principles of this kind, biological evolution being the most famous one. The theory of cellular organization also qualifies as a general principle. But the main focus of biological research has been that of studying specific cases, with some reluctance to accept (and perhaps a limited interest for) broad generalizations. This may however change, and this is indeed the challenge of complex systems biology: looking for general principles in biological systems, in the spirit of complex systems science which searches for similar features and behaviours in various kinds of systems.

The hope to find such general principles appears well founded, and I will show in Section 2 that there are indeed data which provide support to this claim.

Besides data, there are also general ideas and models concerning the way in which biological systems work. The strategy, in this case, is that of introducing simplified models of biological organisms or processes, and to look for their generic properties: this term, borrowed from statistical physics, is used for those properties which are shared by a wide class of systems.

In order to model these properties, the most effective approach has been so far that of using ensembles of systems, where each member can be different from another one, and to look for those properties which are widespread. This approach was introduced many years ago [Kauffman, 1971] in modelling gene regulatory networks. At that time one had very few information about the way in which the expression of a given gene affects that of other genes, apart from the fact that this influence is real and can be studied in few selected cases (like e.g. the lactose metabolism in *E. coli*). Today, after many years of triumphs of molecular biology, much more has been discovered, however the possibility of describing a complete map of gene-gene interactions in a moderately complex organism is still out of reach.

Therefore the goal of fully describing a network of interacting genes in a real organism could not be (and still cannot be) achieved. But a different approach has proven very fruitful, that of asking what are the typical properties of such a set of interacting genes. Making some plausible hypotheses and introducing some simplifying assumptions, Kauffman was able to address some important problems. In particular, he drew attention to the fact that a dynamical system of interacting genes displays self-organizing properties which explain some key aspects of life, most notably the existence of a limited number of cellular types in every multicellular organism (these numbers are of the order of a few hundreds, while the number of theoretically possible types, absent interactions, would be much much larger than the number of protons in the universe).

In section 3 I will describe the ensemble based approach in the context of gene regulatory networks, and I will show that it can describe some important experimental data. Finally, in section 4 I will discuss some methodological aspects.

## 2. General principles at work

Biologists have been largely concerned with the analysis of specific organisms, and the search for general principles has in a sense lagged behind. This makes sense, since generalizations are hard in biology, however there are also important examples of generic properties (in the sense defined in section 1) of biological systems.

I will consider here two properties of this kind, namely power-law distributions and scaling laws, which can be observed by analyzing existing data. In section 3 I will consider another interesting candidate generic property, concerning so-called critical states, whose testing however requires the use of models, besides data.

Power-law distributions are widespread in biology: for example, the distribution of the activation level of the genes in a cell belongs to this class [see Kaneko, 2006 and further references quoted therein]. This means that the frequency of occurrence of genes with activation level x, let's call it p(x), is proportional to $x^{-g}$. Similar laws are found for other important properties, like the abundance of various chemicals in a cell. Power-law distributions differ from the more familiar gaussian distributions in many respects, the most relevant being that there is a higher frequency of occurrence of results which are markedly different from the most frequent ones. These outliers, which are present in an appreciable amount, may have a very profound effect on the performance of the system.

It is also very important to observe that power-law distributions of the number of links are frequently observed in biological networks. Let us consider for example protein-protein networks, where the nodes are the various proteins, and there is a link between two such nodes if the two corresponding proteins can directly interact, or gene networks, where the nodes are the genes and there is a link from gene A to gene B if the former affects the level of expression of the second. In these cases, as well as in many other cases, the power law concerns the distribution of the number of links per node. The remark concerning the relatively high frequency of outliers applies also here, and this means that there are some nodes with a very high number of links. These much-connected nodes, called hubs, are those which most strongly influence the behavior of the network.

Another example of a generic property concerns the relationship between the rate of energy consumption (r) and the mass of an organism (m) [West and Brown, 2005]. We refer here not to single individuals, but to the average values for a given kind of animal (e.g. cow, mouse, hen, etc.). If one plots the logarithm of the rate of oxygen intake versus the logarithm of the mass, one observes a linear relationship, and a linear relationship between the logarithms implies a power-law relationship between the variables, therefore r is proportional to $m^a$ (the rate is proportional to the mass raised to the exponent a).

Note that although the mathematical relationship is the same in the two cases above, the semantics is very different. In the first example, the power-law refers to a single variable, and to the frequency of occurrence of a given value in a population, while in the second case it refers to the relationship between two different variables.
What is particularly impressive in the relationship between r and m is that it holds for organisms which are very different from each other (e.g. mammals and birds) and that it spans a very wide range of different masses, from whales to unicellular organisms. Moreover, the same straight line (in a log-log plot) can be extrapolated to even smaller masses, and it can be seen that mithocondria (intracellular organelles) and even the molecular complexes involved lay on the same line. So the “law” seems to hold for an astonishingly high range of mass values.

Of course this is not a law *strictu sensu*, but rather an empirical relationship. It is interesting to observe that an explanation has recently been proposed for this regularity, based on the idea that biological evolution has led different organisms to optimize oxygen use. Indeed, the value of the exponent a, estimated from data, is 3/4, which is surprising, but an elegant proof has been proposed that links the universality of this exponent to the fact that there are three spatial dimensions (and to the hypothesis that evolution works to minimize energy loss).

The two examples discussed above are indeed sufficient to show clearly that there exist generic properties of biological systems, which hold irrespectively of the differences between different organisms.

## 3. Models of generic properties, the ensemble approach and criticality

In order to make the presentation clear I will refer to aspecific example, i.e. to the so-called Random Boolean Network (RBN) model of gene regulatory networks.

While all the cells in our body share the same genome, they may be very different like e.g. blood cells, epithelial cells, etc.; this is related to the fact that different genes are expressed in different cell types (although some genes are expressed in all cell types), where “expressed” means that the proteins encoded by that gene are actually produced. The expression of a given gene depends upon a set of regulatory molecules, which are themselves the product of other genes, or whose presence is indirectly affected by the expression of other genes. So genes influence each other’s expression, and this can be described as a network of interacting genes.

In RBNs [Kauffman, 1993, 1995] the activation of a gene is assumed to take just one of two possible values, active (1) or inactive (0) – a boolean approximation whose validity can be judged a posteriori. Note also that random boolean networks have raised considerable interest, and that many different versions of the same idea exist (for example, continuous-valued or multiple-valued generalizations) but for the sake of definiteness I will consider the basic model, leaving aside the discussion of several variants. The model supposes that the state of each node at time t+1 depends upon the values of its inputs nodes at the preceding time step t. Given that the activations are boolean, the function which determines the new state of a node is a boolean function of the inputs.

As it was said in the introduction, we know just some gene-gene interactions, and most of them are unknown. Is there anything meaningful that can be done in this situation? Kauffman taught us that this is indeed the case. He decided to focus not on a single specific network, but to consider the behavior of sets (ensembles) of networks which share some features. For example, we might want to investigate the behavior of networks of 1000 genes, where each gene is influenced exactly by two other genes; to this aim we generate at random a certain number of networks, by drawing at random the connections and also by assigning to every node a random boolean function of its two inputs. There exist 16 such functions, so the number of 2-

input, 1000 nodes random networks is huge. One can however explore the behavior by sampling this huge set, and in this way Kauffman discovered that RBNs exist in three different dynamical regimes, ordered, critical and chaotic. In ordered networks a perturbation dies quickly out, while in chaotic networks it tends to grow; the behavior of critical networks is intermediate between these two.

Depending upon the value of a parameter, the families of networks can be ascribed to these classes. For example, *ceteris paribus*, highly connected networks are more disordered than poorly connected ones. This is however a property of the set of networks with those parameter values, and single network realizations can behave in a way different prom the typical behaviour of their class.

Now let us come back to the search for generic properties. It has been suggested [Langton, 1990, Packard, 1988] that critical states provide an optimal tradeoff between the need for robustness, since a biological system must be able to keep homeostasis, and the need to be able to adapt to changes. If this is the case, and if evolution is able to change the network parameters, then it should have driven organisms towards critical regions in parameter space.

This is a very broad and challenging hypothesis, and it can be tested by comparing the results of models of gene regulatory networks with actual data concerning gene expression. The use of data which is required for this purpose is very different from the more common use of the same data to infer information about the interactions among specific genes. In testing the criticality hypothesis it is instead necessary to look for global properties of gene expression data, like their distributions or some information-theoretic measures.

Recent results [Serra et al., 2004, 2007, Ramo et al., 2006, Schmulevich et al., 2005] indicate that cells like those of the yeast *S. cerevisiae* and leukemic human cells seem indeed critical. While the conclusion is not definitive, and many more data and analyses are required, these result point to a new way to look for generic properties, which cannot be read directly in the data but can be inferred from a comparison between patterns in data and in model results.

## 4. Conclusions

It is important to stress that the approach which has been outlined here does not stand in opposition to the classical one of molecular biology, but it rather complements it. The search for the microscopic features of complex systems is a very fruitful royal road, as it is demonstrated, among others, by the successes of molecular biology and of microphysics. However, the search for the microscopic laws cannot pretend to be the only acceptable way to improve our knowledge. The science of complex systems has shown that there are also "laws" which describe the outcome of the interaction of microscopic entities, which are largely independent from their microfeatures.

The search for generic properties has gained widespread acceptance in physics, but is still in its infancy in the biological sciences. However, the examples discussed above show that it may lead to very interesting and promising results. And it is important to observe that these are just a few examples - although they are among the most remarkable ones - of the possible outcomes of the application of the methods of complex systems biology.

## Acknowledgments

I am indebted to my colleague Marco Villani, with whom I shared a 15 years long research experience in what is now called complex systems biology, to Stuart Kauffman, for some wonderful discussions, and to my Ph.D. students who made excellent work in exploring the properties of RBNs and of other generic models of biological systems.

This work has been partly supported by the Italian Ministry for Research, under the MIUR-FISR project 2982/Ric (Mitica).

## Reference

Kaneko, K., 2006, *Complex systems biology*, Springer, Heidelberg.

Kauffman S. A, 1971, *Gene regulation networks*, «Current topics in Developmental Biology», 6, 145-182.

Kauffman S. A., 1993, *The origins of order*, Oxford University Press, Oxford.

Kauffman S. A., 1995, *At home in the universe*, Oxford University Press, Oxford.

Langton, C.G., 1991, *Life at the Edge of Chaos* in *Artificial life II* a cura di Langton, C.G., Taylor, C., Farmer, J. D. and Rasmussen, S. (Addison Wesley: SFI studies in the sciences of complexity).

Noble, D., 2006, *The music of life*, Oxford University Press, Oxford.
Packard, N., 1988, *Adaptation toward the edge of chaos* in *Dynamic Patterns in Complex Systems*, a cura di Kelso, J. A.S., Mandell, A. J. e Shlesinger, M. F., World Scientific, Singapore, 1988, p. 293.
Ramo, P., Kesseli, Y., and Yli-Harja, O., 2006, *Perturbation avalanches and criticality in gene regulatory networks*, «Journal of Theoretical Biology». 242 (2006) 164-170.
Serra, R., Villani, M. e Semeria, A., *Genetic network models and statistical properties of gene expression data in knock-out experiments*, «Journal of Theoretical Biology», 227 (2004), 149-157.
Serra, R., Villani, M., Graudenzi, A. and Kauffman, S.A., *Why a simple model of genetic regulatory networks describes the distribution of avalanches in gene expression data*, «Journal of Theoretical Biology» 249 (2007) 449-460.
Shmulevich, I., Kauffman, S.A., Aldana, M., *Eukaryotic cells are dynamically ordered or critical but not chaotic*, « Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America», 102 (2005) 13439-13444.
West, G.B. e Brown, J.H., *The origin of allometric scaling laws in biology from genomes to ecosystems: towards a quantitative unifying theory of biological structure and* organization, «The Journal of Experimental Biology» 208 (2005) 1575-1592.

# Dai modelli fisici ai sistemi complessi

Giorgio Turchetti
Università degli Studi di Bologna
turchetti@bo.infn.it

## 1. Introduzione

L'osservazione della natura con l'intento di capire l'origine della varietà di forme e fenomeni in cui si manifesta ha origini remote. All'inizio il rapporto con i fenomeni naturali era dominato da sentimenti quali paura e stupore che conducevano a supporre l'esistenza di entità sfuggenti alla percezione diretta che permeavano gli elementi animandoli. Ecco dunque che la magia rappresenta l'elemento dominante della filosofia naturale primitiva caratterizzata da una unicità degli eventi e dalla impossibilità di capirli e dominarli in quanto frutto della volontà di essenze a noi estranee e non governabili. Con il nascere della civiltà ed il suo progredire il tempo dedicato ai lavori necessari per il sostentamento e la sopravvivenza diminuì e nella ripartizione dei compiti alcuni individui potevano dedicare parte del loro tempo alla osservazione della natura ed alla sua interpretazione in termini non trascendenti. Nella natura, intesa come tutto ciò che ci circonda composto da esseri viventi e da materia inorganica nelle sua varie aggregazioni sulla terra e nel cosmo, ciò che attirò l'attenzione fin dall'inizio furono furono i fenomeni regolari e periodici come i moti della luna, dei pianeti e delle stelle. Nel contempo dopo una spinta iniziale dettata da esigenze pratiche come contare gli oggetti o misurare i campi, la matematica si era sviluppata autonomamente e si rivelò idonea a descrivere in termini quantitativi i moti dei corpi celesti. La terra era al centro dell'universo mentre il moto degli altri corpi celesti risultava da una composizione di moti circolari uniformi. Questa visione geocentrica e


"Dai modelli fisici ai sistemi complessi", in *Complessità e riduzionismo*, pp. 99-115
Published by Isonomia, Rivista online di Filosofia – Epistemologica – ISSN 2037-4348
Università degli Studi di Urbino Carlo Bo
http://isonomia.uniurb.it/epistemologica

pitagorica (armonia delle sfere) dell'universo ha prevalso fino agli albori della scienza moderna, anche se una descrizione eliocentrica, basata su validi argomenti, era stata proposta. Per quanto riguarda la struttura della materia i presocratici avevano già proposto i quattro elementi mentre gli atomisti avevano ricondotto tutto ad entità elementari primigenie, il cui aggregarsi e disgregarsi da luogo a tutti gli stati e le molteplici forme della materia. Queste intuizioni si ritrovano nella fisica moderna che contempla quattro stati di aggregazione, che hanno come unico sostrato comune gli atomi. La fisica moderna nasce con Galileo e Newton, la cui dinamica si sviluppa a partire dalle leggi di Keplero che descrivono il moto dei pianeti nel sistema eliocentrico, per potersi poi applicare ad un qualunque sistema materiale. Pertanto nei due secoli successivi si ritenne che un modello meccanico potesse essere sviluppato per un qualunque sistema fisico e quindi per l'universo intero la cui evoluzione doveva essere matematicamente prevedibile.

Per i fenomeni termici tuttavia vennero formulate leggi ad hoc come quelle della termodinamica che mostrano come i processi macroscopici siano irreversibili in contrasto con le leggi della meccanica. Si deve a Boltzmann[1] il tentativo di ricondurre la termodinamica alla meccanica per un gran numero di particelle dei cui moti disordinati viene data una lettura di carattere statistico. L'aumento della entropia e la irreversibilità seguono dalla ipotesi di caos molecolare ossia che i moti siano così disordinati che si perde rapidamente memoria dello stato iniziale. L'idea di introdurre una misura di probabilità nel contesto della meccanica sembra antitetica con la natura stessa della teoria rivolta fino ad allora allo studio di sistemi con moti regolari, reversibili e prevedibili individualmente su tempi lunghi. Tuttavia l'analisi probabilistica diventa essenziale per lo studio di sistemi caratterizzati da forti instabilità, e da orbite irregolari per i quali la previsione richiede una conoscenza della condizioni iniziali con precisioni fisicamente non raggiungibili.

Combinando la evoluzione deterministica della meccanica di Newton o di Hamilton con la descrizione statistica attraverso una opportuna misura invariante di probabilità nello spazio delle fasi, nasce la teoria dei sistemi dinamici[2] che consente di descrivere non solo i sistemi ordinati o i sistemi caotici ma anche tutti quelli che vedono coesistere in diverse proporzioni ordine e caos e che presentano una straordinaria varietà di strutture geometriche e proprietà statistiche, tanto da fornire almeno se non proprio

---

[1] Boltzmann (1999).
[2] Arnold (2004).

un quadro teorico per lo meno metafore utili per la descrizione dei sistemi complessi. Anche se non c'è unanime consenso ci sembra appropriato definire complessi non tanto sistemi caratterizzati da interazioni non lineari tra i suoi componenti e da proprietà emergenti, che rientrano a pieno titolo nel quadro dei sistemi dinamici, ma piuttosto i sistemi viventi o quelli di vita artificiale che ne condividono le proprietà essenziali[3].

Tra queste possiamo certamente annoverare la capacità di gestire la informazione e di replicarsi, consentendo tramite un meccanismo di mutazione e selezione di dare origine a strutture di crescente ricchezza strutturale e dotate di capacità cognitive sempre più elaborate. Una teoria dei sistemi complessi non esiste ancora, anche se la teoria degli automi sviluppata da Von Neumann[4] e la teoria della evoluzione di Darwin[5] ne possono fornire alcuni pilastri importanti. Recentemente la teoria delle reti è stata utilizzata con successo per descrivere le proprietà statistiche delle connessioni tra gli elementi costitutivi (nodi) di un sistema complesso[6]. Le connessioni che non sono né completamente casuali né completamente gerarchiche, consentono una sufficiente robustezza rispetto a malfunzionamenti o danneggiamenti dei nodi unita a un adeguato livello di organizzazione per consentirne un funzionamento efficiente. Nei sistemi fisici il modello base è un insieme di atomi o molecole interagenti, che danno luogo a strutture diverse quali un gas, un liquido o un cristallo, come risultato di proprietà emergenti. Nello stesso modo per i sistemi complessi possiamo proporre un sistema automi interagenti come modello base. Le molteplici forme che il sistema assume anche in questo caso vanno considerate come proprietà emergenti del medesimo sostrato al mutare delle condizioni esterne e frutto delle i replicazioni, ciascuna delle quali introduce piccole ma significative varianti. Questa è la grande differenza tra un sistema fisico ed un sistema complesso: il primo fissate le condizioni esterne ha sempre le medesime proprietà, il secondo invece cambia con il fluire del tempo perché la sua organizzazione interna muta non solo al cambiare di fattori ambientali ma anche con il succedersi delle generazioni. C'è dunque un flusso di informazione che cresce con il tempo e che consente agli automi costituenti ed alla intera struttura di acquisire nuove capacità. Questo aumento di ordine e ricchezza strutturale avviene naturalmente a spese dell'ambiente circostante, in modo che globalmente i la sua entropia cresce in accordo con la seconda legge della termodinamica. In assenza di una

---

[3] Cfr. Turchetti (2003), Turchetti (2007), Giorgini, Turchetti (2007), Parisi (2000).
[4] Von Neumann (1963, 316).
[5] Darwin (1859).
[6] Barabasi (2002).

teoria formalizzata paragonabile a quella dei sistemi dinamici, per i sistemi complessi si possono fare osservazioni e misure, sia puntuali sui costituenti elementari e sulle loro connessioni, sia globali sull'intero sistema, oppure costruire modelli suscettibili di essere validati attraverso la simulazione. Se di un sistema si riesce infatti a fornire una descrizione sufficientemente dettagliata, è poi possibile osservare come questo si comporti traducendo le regole in algoritmi e costruendo quindi una versione virtuale, anche se semplificata del sistema stesso. Il passaggio più difficile è il confronto tra il sistema simulato ed il sistema vero, che passa necessariamente attraverso la valutazione di una numero limitato di parametri che ne caratterizzino e proprietà. La codifica del progetto è una proprietà cruciale dei sistemi complessi perché questa si realizza con un dispendio di massa ed energia incomparabilmente più piccolo rispetto a quello necessario per realizzare l'intera struttura; nello stesso tempo apportare piccole modifiche ad un progetto è rapido ed economico. In questo processo che comporta la continua introduzione di varianti si aprono molteplici strade e con lo scorrere del tempo si realizza una storia in modo unico e irripetibile.

Anche il susseguirsi di eventi fisici caratterizzati da processi irreversibili e dalla presenza di molteplici biforcazioni da origine ad una storia che non si può percorrere a ritroso, né riprodurre qualora fossimo in grado ripartire dalle stesse condizioni iniziali. Tuttavia esiste una differenza profonda tra la storia di un sistema fisico come il globo terrestre e la storia della vita. La prima registra i molteplici cambiamenti che ha subito la superficie del nostro pianeta ove montagne e mari nascono e scompaiono senza un chiaro disegno soggiacente. La storia della vita è caratterizzata da una progressiva crescita della ricchezza strutturale e funzionale e accompagnata da una crescita della complessità progettuale. La rappresentazione di questa storia prende la forma di un albero con le sue ramificazioni che mostra la continua diversificazione delle strutture e la loro evoluzione verso forme sempre più avanzate. La direzione in cui scorre il tempo è ben definita: le strutture affinano le capacità sensoriali mentre cresce la potenza degli organi che elaborano la informazione. Un sistema complesso è anche caratterizzato da un molteplicità di scale, tanto più alta quanto più si sale sulla scala evolutiva. La ragione è che il procedere verso strutture sempre più elaborate avviene utilizzando altre strutture come mattoni per cui l'immagine che si può fornire è quella di una rete di automi a più strati: partendo dal basso una rete con le sue proprietà emergenti diventa il nodo di una rete di secondo livello, cioè un automa di secondo livello che interagisce con altri automi dello stesso tipo e così via. Nei sistemi inorganici, dove non esiste un progetto, si distinguono di norma solo due livelli, quello dei costituenti elementari e quello su scala macroscopica. I sistemi fisici sono riconducibili a poche leggi universali, che governano i costituenti elementari della materia, ma il passaggio dalla descrizione dalla piccola alla grande scala è impervio e consentito soltanto dalla simulazione numerica, quando ci allontaniamo dalle situazioni più semplici caratterizzate da un equilibrio statistico. I limiti che il disegno riduzionista incontra già per i sistemi fisici diventano decisamente più forti nel caso dei sistemi complessi.

## 2. Il mondo fisico ed i sistemi dinamici

Ogni sistema materiale percepibile dai nostri sensi, amplificati dagli strumenti di cui disponiamo è oggetto di studio della Fisica, scienza che ricerca leggi semplici ed universali, per descrivere in linguaggio matematico i risultati di esperimenti riproducibili. La nostra capacità di osservazione e misura è andata continuamente aumentando da Galileo in poi ed oggi siamo in grado osservare gli atomi o le galassie al limite dell'universo. Le grandi macchine acceleratrici, che sono una sorta di supermicroscopi, consentono di osservare il comportamento dei costituenti elementari della materia e una convinzione diffusa è che se si arriva a conoscere le strutture ultime non ulteriormente frazionabili come potrebbero essere le stringhe, il percorso della fisica ha raggiunto il suo termine se nel contempo tutte le interazioni conosciute vengono unificate dando origine alla teoria finale. Questa visione esasperatamente riduzionista, che sottende la ricerca della teoria finale, suppone che noti i principi primi sia solo un esercizio matematico derivare le proprietà di un qualunque sistema fisico. In modo non dissimile Laplace pensava che fosse possibile prevedere l'evoluzione dell'universo a patto di conoscerne le condizioni iniziali, usando le leggi della meccanica che rappresentavano al suo tempo la teoria ultima della fisica. L'intero universo era visto come un gigantesco meccanismo ad orologeria, il cui moto poteva essere seguito nel tempo senza limite alcuno, così come accade per un pendolo od un pianeta che su muove su di una ellissi kepleriana. Oggi sappiamo che la prevedibilità di un generico sistema meccanico è inficiata dalla presenza di moti instabili, per cui l'accuratezza richiesta sulle condizioni iniziali oltrepassa rapidamente quella raggiungibile tramite una qualsiasi misura. La formulazione iniziale della meccanica aveva consentito di riprodurre le leggi di Keplero, che descrivono moti periodici nei quali un errore iniziale si traduce in una crescita lineare della differenza di fase. La quasi coincidenza del sole con il sistema del centro di massa rispetto ad un qualsiasi pianeta e il modesto effetto delle interazioni dei pianeti tra loro avevano ricondotto il problema a quello di un moto in un campo centrale, che Newton aveva risolto partendo dalla sua legge di gravitazione universale. Una stella con un pianeta descrive di fatto anch'esso una piccola ellissi rispetto al centro di massa, rivelabile tramite misure spettroscopiche e costituisce un valido metodo per scoprire pianti extrasolari. La meccanica newtoniana si prestava a descrivere non solo il moto dei corpi celesti ma anche di oggetti sulla terra come un pendolo o una palla di cannone. Le soluzioni dei problemi studiati venivano ricondotte al calcolo di opportuni integrali da cui l'appellativo di integrabili. Come per il moto di un pianeta attorno al sole soluzioni risultavano combinazioni di moti periodici e piccole variazioni delle condizioni iniziali comportavano crescite lineari degli errori in fase. I moti disordinati come quelli delle molecole di un gas erano stati trascurati fino al momento in cui Boltzmann aveva scoperto che potevano essere analizzati attraverso una lettura di tipo statistico. Nel frattempo il problema dei tre corpi era rimasto irrisolto e la ragione fu scoperta da Poincaré[7], il quale dimostrò la esistenza di orbite, che analizzate tramite una opportuna sezione, mostravano un groviglio inestricabile (intreccio omoclino), vedi figura 1, i cui punti di intersezione erano in corrispondenza con una successione di numeri casuali. Queste orbite sono associate alla presenza di punti di equilibrio instabili e causano una divergenza esponenziale nel tempo quando si parte da due condizioni iniziali vicine. Le condizioni per la genesi del caos sono la divergenza rapida delle orbite ed uno spazio delle fasi di volume finito, perché in questo caso le orbite che si allontanano sono costrette a ripiegarsi formando un groviglio ove il moto appare decisamente casuale. I moti caotici sono apparsi in un contesto, quello della meccanica celeste, in cui l'ordine aveva regnato sovrano. È stato poi provato che un sistema meccanico generico (scelto a caso) presenta equilibri instabili e moti caotici che lo rendono non integrabile. Di qui la necessità di introdurre una analisi di tipo statistico in quanto l'analisi della singola orbita, di cui si suppongano note le condizioni iniziali con infinita precisione, non presenta alcun interesse in quanto una infima perturbazione iniziale conduce molto presto a risultati completamente diversi.

Questa fusione del determinismo della meccanica di Newton o di Hamilton con la teoria della probabilità, nata per interpretare i giochi di azzardo ed applicata alle scienze attuariali, condusse alla formulazione della teoria dei sistemi dinamici, teoria che trascende i limiti della meccanica per

---

[7] Poincaré (1892-1899).

abbracciare i modelli matematici formulati in qualunque scienza dove sia definibile uno spazio degli stati, una evoluzione deterministica nel tempo ed una misura di probabilità invariante rispetto a questa evoluzione. Oggi spesso si parla, di teoria del caos[8], riferendosi appunto allo schema interpretativo di fenomeni in cui piccole variazioni conducono a differenze vistose. In tale contesto si cita l'effetto farfalla che è assolutamente paradossale perché un battito d'ali che comporta un minimo dispendio di energia non può scatenare un uragano la cui energia può superare quella di una deflagrazione nucleare. La teoria dei sistemi dinamici consente di analizzare processi in cui lo stato presente è correlato allo stato futuro solo per un intervallo di tempo molto breve, vale a dire in cui la memoria dello stato si perde molto rapidamente. Pur tuttavia fissate le regole del gioco tutta la storia è codificata nella condizione iniziale, mentre in un processo puramente aleatorio come il lancio di una moneta ogni evento è assolutamente imprevedibile. Il problema pratico si sposta quindi sulla quantità di informazione di cui possiamo disporre. La teoria matematica si fonda sulla ipotesi del continuo per lo spazio degli stati che vengono rappresentati tramite numeri reali, ciascuno dei quali richiede una quantità di informazione infinita Il paradosso del caos deterministico risiede proprio nell'apparato matematico su cui si fonda e sulla ipotesi implicita che la informazione disponibile è sempre infinita. Un sistema dinamico è dunque caratterizzato da uno spazio degli stati $\mathcal{E}$, un flusso $S_t$, ed una misura invariante di probabilità $\mu$. flusso che è soluzione della equazione differenziale

$$d\mathbf{x}(t) / dt = \mathbf{\Phi}(\mathbf{x}(t)) \qquad \mathbf{x}(t)= S_t(\mathbf{x}) \qquad \mathbf{x}(0)=\mathbf{x}$$

gode della proprietà di gruppo $S_{t'}(S_t)=S_{t+t'}$ mentre la proprietà di invarianza della misura si scrive $\mu(S_t(A))= \mu(A)$ per un qualsiasi insieme A dello spazio delle fasi. Si considerano anche sistemi a tempo discreto nei quali l'orbita è una successione discreta di punti $\mathbf{x}_0=\mathbf{x}$, $\mathbf{x}_1=M(\mathbf{x})$, ...., $\mathbf{x}_{n+1}=M(\mathbf{x}_n)$ ed M è una mappa che corrisponde ad esempio alla evoluzione su di un periodo se il sistema dato ha una dipendenza periodica dal tempo, oppure alla evoluzione approssimata su un intervallo di tempo $\Delta t$ che approssima la evoluzione esatta di un sistema continuo $M(\mathbf{x})= \mathbf{x}+\Delta t\, \mathbf{\Phi}(\mathbf{x})$. L'orbita di una mappa si calcola esattamente perché comporta solo la valutazione di una applicazione definita sullo spazio delle fasi ed anche nel caso del calcolo numerico l'unico errore introdotto è solo quello di arrotondamento. Per i

[8] Ruelle (2003).

sistemi a tempo continuo $\mathbf{\Phi}(\mathbf{x})$ è un campo vettoriale, di cui le traiettorie sono le linee di forza essendo in ogni punto tangenti ad esso. Una funzione che risulti invariante lungo una qualsiasi traiettoria $H(\mathbf{x}(t))=H(\mathbf{x})$ definisce una famiglia di superfici $H(\mathbf{x})=c$ ed una raiettoria che ha origine su un punto di una di queste superfici vi appartiene interamente. Se lo spazio delle fasi ha dimensione due l'integrale primo energia per forze è posizionali individua la traiettoria. Detto $\mathbf{x}=(x,v)$ il vettore nello spazio delle fasi , $\mathbf{\Phi}=(v, F(x)/m)$ e $V(x)$ il potenziale tale che $V'(x)=-F(x)$, le equazioni del moto e l'integrale primo sono

$$dx/dt= v \quad dv/dt= F(x)/m \qquad H = mv^2/2 + V(x)$$

Nel caso dell'oscillatore armonico $F=-m\omega^2 x$ le orbite sono ellissi, che con una semplice trasformazione di scala diventano cerchi su cui il moto è uniforme. In questi sistemi il flusso conserva le aree e la misura invariante $\mu(A)$ è definita come l'area di A divisa per l'area di tutto lo spazio delle fasi che potremmo scegliere come $H \leq E$. Tutte le orbite chiuse si trasformano in circonferenze, su cui il moto è uniforme, tramite una trasformazione che conserva le aree. Le coordinate naturali son l'angolo $\phi$ e l'azione $J=R^2/2$ dove R è il raggio della circonferenza. Questa descrizione si estende ai sistemi integrabili con n>1 gradi di libertà, che si presentano come rotazioni uniformi su n circonferenze. Se n=2 l'orbita nello spazio degli angoli (quadrato di lato $2\pi$ con i lati opposti identificati detto toro) data da $\phi_1=\omega_1 t+\phi_1(0)$ e $\phi_2=\omega_2 t+\phi_2(0)$ risulta chiusa se il rapporto $\omega_1/\omega_2$ tra le frequenze è un numero razionale, altrimenti l'orbita non si chiude ma copre densamente tutto lo spazio. Per n>2 la situazione è simile anche se la casistica è più ricca. Quando uno di questi sistemi viene perturbato ,come accade quando accendiamo la interazione tra i pianeti che si muovono su orbite kepleriane, le orbite cambiano e le proprietà aritmetiche delle frequenze giocano un ruolo cruciale in questo cambiamento. Nel caso n=2 ad esempio se le frequenze sono uguali o in rapporto razionale allora in un piano di fase l'orbita diventa simile a quella di un pendolo.

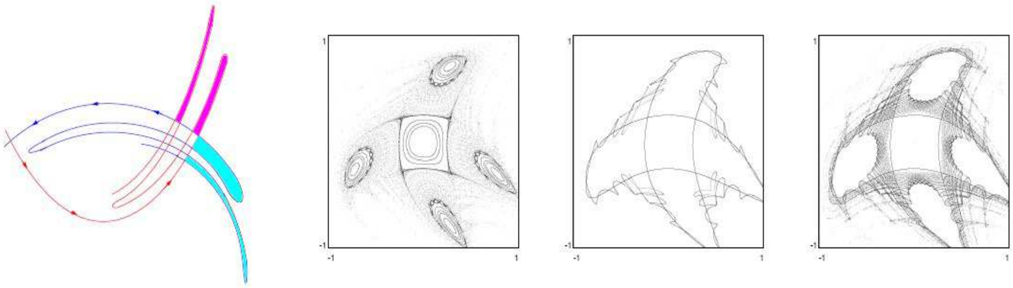


Figura 1. Intreccio omoclino nella mappa di Hénon.

Tuttavia le orbite che si dipartono dai punto di equilibrio instabile non si incontrano come accade nel pendolo ma si intersecano e danno luogo quindi ad infinite intersezioni successive generando quello che Poincaré chiama intreccio omoclino. In questa regione il moto è caotico in quanto la divergenza delle orbite vicine è esponenziale e le intersezioni si possono mettere in corrispondenza con una successione binaria casuale come quella che caratterizza i lanci di una moneta. La figura 1 mostra il meccanismo dell’intreccio omoclino

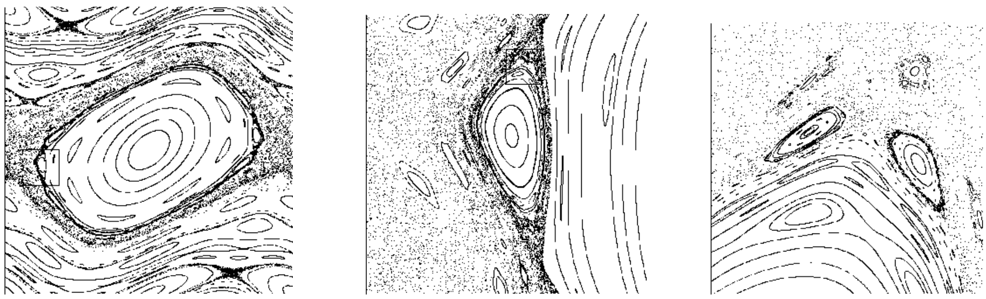


Figura 2. Isole e invarianza di scala nella standard map.

Il quadro che emerge è quello di una compresenza di orbite regolari e di orbite caotiche che si alternano creando strutture geometriche complesse in cui però si riscontra una invarianza approssimata per trasformazioni di scala come accade nei cosiddetti frattali[9]. Se si ingrandisce un particolare, come mostra la figura 2, si ritrovano strutture simili a quelle che si hanno nello spazio delle fasi iniziale e questo resta vero se l’operazione viene ripetuta un numero di volte arbitrario.

---

[9] Mandelbrot (1982).

## 2.2 Indicatori dinamici

Quello che matematicamente possiamo descrivere in modo esauriente sono i sistemi regolari o integrabili ed i sistemi completamente caotici. Per i sistemi intermedi ciò non accade ma è possibile trovare degli indicatori locali o globali che specifichino in modo quantitativo la natura di una singola orbita o dell'intero spazio delle fasi. La divergenza di due orbite vicine specifica il carattere locale della dinamica che risulta regolare nel caso di crescita lineare, caotica nel caso di crescita esponenziale. Al tipo di divergenza è legato il tempo di predicibilità

| | | |
|---|---|---|
| *Moto regolare* | $\| \delta\mathbf{x}(t) \| \sim \varepsilon(1+t)$ | $t_{pred} \sim 1/\varepsilon$ |
| *Moto caotico* | $\| \delta\mathbf{x}(t) \| \sim \varepsilon \exp(\lambda t)$ | $t_{pred} \sim \lambda^{-1} \log(1/\varepsilon)$ |

In un sistema caotico il tempo di predicibilità aumenta così lentamente con $1/\varepsilon$ da renderlo totalmente imprevedibile. Una proprietà globale che caratterizza i sistemi caotici è il mescolamento ossia il fatto che i punti di un qualsiasi insieme vengono sparpagliati uniformemente su tutto lo spazio delle fasi. In termini matematici per un sistema a tempo discreto $\mu(M^{-n}(A)\cap B)$ tende a $\mu(A)\,\mu(B)$ con rapidità esponenziale quando $n\rightarrow \infty$. Una formulazione equivalente di questa proprietà è espressa dalla perdita rapida di memoria delle condizioni iniziali. Se con $<f(\mathbf{x})> = \int f(\mathbf{x})d\mu(\mathbf{x})$ indichiamo la media di una funzione definita sullo spazio delle fasi allora $<f(\mathbf{x}_n)g(\mathbf{x})>$ tende a $<f(\mathbf{x})><g(\mathbf{x})>$ con rapidità esponenziale quando $n\rightarrow \infty$. Se pensiamo a $f(\mathbf{x}_n)$ e $g(\mathbf{x})$ come variabili aleatorie questo significa che al crescere di n esse diventano indipendenti come conseguenza del fatto che lo diventano $\mathbf{x}_n$ ed $\mathbf{x}$. In generale la rapidità con cui decadono le correlazioni definite da $C(n)= <f(\mathbf{x}_n)g(\mathbf{x})> - <f(\mathbf{x})><g(\mathbf{x})>$ misura il grado di caoticità. Per i sistemi regolari in cui la frequenza varia il decadimento delle correlazioni segue una legge di potenza $C(n) \sim 1/n$.

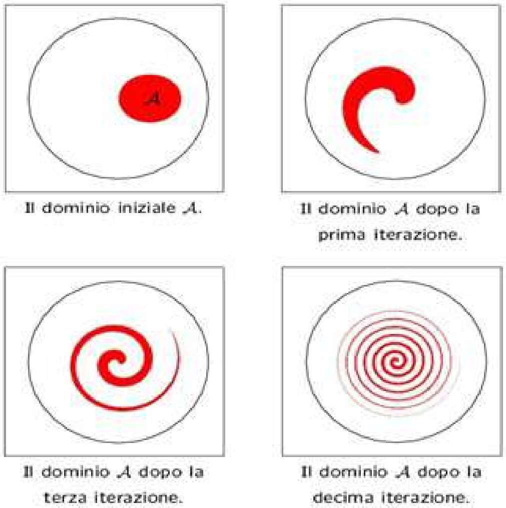



**Figura 3.** Mescolamento locale e filamentazione.

Questo discende dal mescolamento locale, fenomeno noto come filamentazione per i fluidi, vedi figura 3, che si verifica facilmente nel caso di una mappa prototipo $x_{n+1}= x_n+y_n \bmod 1$, $y_{n+1}=y_n$. Quindi per un sistema regolare la divergenza delle orbite $\| \delta\mathbf{x}_n\|$ è lineare in n mentre le correlazioni decadono come 1/n, per un sistema caotico la divergenza va come $e^{\lambda n}$ mentre le correlazioni decadono come $e^{-\lambda n}$. Un altro indicatore è dato dallo spettro dei tempi di ricorrenza in un insieme A. Sia $\tau_A(\mathbf{x})$ il tempo di ricorrenza, definito come il minimo valore di n per cui $\mathbf{x}_n$ torna in A cui appartiene $\mathbf{x}_0=\mathbf{x}$, e sia $<\tau_A>$ il tempo medio che vale $1/\mu(A)$ se il sistema è ergodico ossia se l'orbita è densa sullo spazio delle fasi. I tempi di ritorno valutati per tutti i punti di A hanno una distribuzione $F_A(t)= \mu(A_{>t})/ \mu(A)$ dove $A_{>t}$ è l'insieme di tutti i punti per cui $\tau_A(\mathbf{x})/ <\tau_A>$ è maggiore di t. Lo spettro che otteniamo nel limite $\mu(A) \to 0$ è dato genericamente da $F(t)= e^{-t}$ se il sistema è caotico (mescolante) mentre per un sistema regolate otteniamo $F(t)= c/t^2$. Per sistemi con componenti regolari e caotiche si dimostra che nelle regioni di confine lo spettro è una combinazione $w_1\, e^{-t} +w_2/t^2$ dove i coefficienti dipendono dal peso relativo delle due regioni nel dominio A[10]. Questo risultato è significativo perché mostra che possibile analizzare sistemi di transizione ove orbite regolari e caotiche coesistono determinandone il peso relativo. Per questi sistemi spesso l'unica indagine

[10] Hu, Rampioni, Rossi, Turchetti, Vaienti (2004).

possibile è di tipo numerico e si pone il problema della affidabilità dei suoi risultati. Una risposta in tal senso viene da un altro indicatore la *fidelity* che è una correlazione tra un'orbita ed un'orbita perturbata ossia $F(n) = \langle f(M^n(\mathbf{x})\, g(M^n_\varepsilon(\mathbf{x})\rangle - \langle f(\mathbf{x})\rangle\langle g(\mathbf{x})\rangle$. La perturbazione è di norma di tipo stocastico $M_\varepsilon(\mathbf{x}) = M(\mathbf{x}) + \varepsilon\xi$ e la media è fatta sia sullo spazio delle fasi sia sul processo stocastico. Si è provato che nel caso di un sistema regolare la fidelity va a zero con una legge esponenziale in n mentre nel caso di un sistema caotico (mescolante) il decadimento è superesponenziale[11]. Questi risultati analitici, confermati da simulazioni numeriche, sono stati confrontati con quelli ottenuti quando alla perturbazione stocastica si sostituisce la perturbazione dovuta all'arrotondamento numerico, inerente ad ogni calcolo effettuato con stringhe binarie di lunghezza fissata. La differenza sostanziale è che mentre il rumore è incorrelato l'errore di arrotondamento è correlato: per i sistemi regolari si osserva quindi un decadimento molto più lento, a potenza anziché esponenziale[12], mentre per sistemi caotici resta praticamente invariato il decadimento superesponenziale. Questo significa che nei calcoli numerici rispetto ad una perturbazione stocastica di pari ampiezza l'errore di arrotondamento ha un effetto molto più debole per un sistema regolare mentre i due sono equivalenti per un sistema caotico. Si noti che in questo caso si confrontano orbita esatta ed orbita perturbata con lo stesso punto iniziale per cui il risultato conferma che le simulazioni numeriche sono affidabili, per l'analisi anche quantitativa di un sistema dinamico, qualunque sia la sua natura. Si potrebbe anche concludere che essendo la precisione di qualsiasi misura di una grandezza fisica finita ed essendo finita la lunghezza di successioni di simboli fisicamente gestibili, i modelli sviluppati su una calcolatore sono addirittura più vicini alla realtà fisica di quanto non siano i modelli matematici basati sui numeri reali, che presuppongono che la quantità di informazione gestibile sia infinita.

## 3. Sistemi complessi ed informazione

Nell'introdurre i sistemi complessi abbiamo sottolineato il ruolo che l'informazione assume in quel contesto ed è quindi opportuno ricordare che una esiste teoria statistica della informazione e quali sono i suoi fondamenti. La teoria indica quale sia la codifica ottimale di un testo senza affrontare il problema della sua struttura grammaticale né tanto meno del suo significato.

[11] Zanlungo, Turchetti, Vaienti, Zanlungo (2009).
[12] Turchetti, Vaienti, Zanlungo (2010).

Le motivazioni che portarono Shannon[13] ad affrontare il problema della codifica dei dati e della loro trasmissione venivano non solo dalla ingegneria ma anche dalla neurobiologia e dalle scienze del linguaggio. L'informazione, sia essa quella di un testo letterario o di un genoma, si codifica tramite una successione di simboli, appartenenti ad un alfabeto finito. La frequenza con cui un simbolo compare in una successione di lunghezza n diventa la sua probabilità quando n tende all'infinito. Considerando ad esempio una successione binaria dove 0 e 1 hanno probabilità $p_0$ e $p_1$ il numero di volte che essi compaiono in una successione di lunghezza n diventano $n_0=p_0n$ e $n_1=p_1n$ per n grande ed il numero di successioni distinte è $N(n)= n!/( n_0!\ n_1!)$. Come in meccanica statistica si introduce una entropia $S(n)= \log N(n)$ mentre la entropia di Shannon H è definita dal limite di $S(n)/n$ per $n\to\infty$. Si trova che $H= - p_0 \log p_0 – p_1 \log p_1$ dove $p_0 + p_1=1$ ed il massimo, che si raggiunge per $p_0 = p_1=1/2$, vale log 2. Si definisce compressibilità $C= H/H_{max}$ e esiste una codifica ottimale in cui la successione di lunghezza n è sostituita da una successione di lunghezza nC.

Nelle teorie fisiche sia a livello classico sia a livello quantistico la informazione non entra mai in modo diretto perché si assume valida l'ipotesi del continuo e quindi implicitamente che sia accessibile una informazione infinita. Tuttavia i sistemi fisici possono gestire solo quantità finite di informazione. Il numero di operazioni eseguite per unità di tempo è proporzionale alla energia mentre il numero di bit registrabili è proporzionale al volume nello spazio delle fasi. Rinunciare al continuo significa rinunciare ai gruppi di continui di simmetria e quindi ai sistemi integrabili.

Matematicamente si può simulare l'effetto della precisione finita mantenendo i numeri reali ed introducendo perturbazioni stocastiche la cui ampiezza è pari all'errore con cui il numero è noto.

Nei sistemi complessi la informazione gioca un ruolo attivo perché interviene nella codifica del progetto da cui scaturisce un essere vivente. La materia vivente ed i suoi costituenti obbediscono naturalmente alle leggi della fisica, ma al tempo stesso le trascendono. Innanzi tutto non è possibile isolare un essere vivente dall'ambiente esterno, con cui esiste uno scambio continuo di energia,materia ed informazione. Per questa ragione la crescita di entropia si verifica soltanto se lo isoliamo dall'ambiente, ma isolarlo significa togliergli la vita. I processi che avvengono negli esseri viventi sono prossimi ad un equilibrio statistico, ma sono le piccole variazioni a

[13] Shannon (1948).

consentirne l'espletamento di molteplici funzioni. È dunque l'ambiente con la sua variabilità con le sue microfluttuazioni di natura aleatoria che determina la strada che vien presa ad ogni bivio e lungo la quale si costruisce la storia di ciascun individuo. Nello stesso tempo si osserva un elevato livello di organizzazione e sinergia nel modo di operare di sistemi come quello nervoso o immunitario che riscono a fornire risposte efficaci e coerenti agli stimoli esterni. È stato detto che la vita si sviluppa al margine del caos[14] per evidenziare che lo sviluppo di azioni coordinate, la armonica cooperazione tra le componenti di un sistema sono condizione necessaria (ma non sufficiente) per la vita. Solo in presenza di piccoli disturbi e di variazioni impreviste delle condizioni ambientali possono avvenire quei cambiamenti impercettibili che ne garantiscono il mantenimento ed il progredire, su scale di tempo più lunghe, verso forme sempre più evolute. Le basi teoriche per lo studio di questi sistemi sono state poste da Von Neumann con la sua teoria degli automi, intesi come unità dotate di una componente fisica, che obbedisce alle leggi della dinamica fisica, e di una componente cognitiva, capace di elaborare la informazione, memorizzarla e di costruire strategie. Lo stesso autore ha poi dimostrato l'esistenza di automi capaci di riprodursi, purché esista una direttiva ed una scorta di componenti[15] e che essi possono essere robusti anche se i loro componenti sono suscettibili di malfunzionamenti[16]. In questi teoremi si ribadisce il ruolo del progetto nella replicazione, prefigurando la codifica nel genoma, e il ruolo della ridondanza nel garantire il buon funzionamento anche in presenza di guasti localizzati. Il passo successive consiste nel capire come un insieme di automi possano operare insieme costituendo a loro volta una unità organizzata. Non è necessario che vi sia una direttiva esterna, perché il semplice fatto di essere insieme interagendo e comunicando può sviluppare nuove proprietà emergenti nell'insieme di automi. L'altro pilastro teorico per i sistemi complessi è costituito dalla teoria delle evoluzione di Darwin: la possibilità di cambiamento e selezione consente lo sviluppo di forme sempre più elaborate. Un aspetto molto studiato recentemente riguarda il tipo di connessioni che si stabiliscono tra i vari componenti. In molteplici sistemi complessi la distribuzione del numero di connessioni segue una legge di potenza: questo significa che non c'è una scala caratteristica e che vi sono pochi nodi molto connessi e molti nodi poco connessi. Se l numero di connessioni è sostituito da un indicatore di rango ecco che si allarga il

[14] Kauffman (1993).
[15] Von Neumann (1963, *General and logical theory of automata*, 316).
[16] Von Neumann (1963, *Probabilistic logic from unreliable components*, 329).

numero di sistemi che presentano leggi di potenza[17]. Un precursore è stato Pareto per i sistemi sociali ed in particolare per la distribuzione del reddito in una popolazione. Come nei sistemi dinamici il caos o la casualità conducono a leggi esponenziali mentre la presenza di ordine e gerarchia pur in presenza di relazioni aleatorie portano a leggi di potenza. L'analisi delle reti per i sistemi complessi suggerisce l'esistenza di forme di organizzazione gerarchica presenti anche in un contesto in cui molte relazioni sono di tipo puramente casuale.

L'analogia con le legge statistiche trovate per i sistemi dinamici sorge quindi spontanea: le correlazioni o lo spettro dei tempi di ritorno in prossimità dello stato iniziale decadono a potenza quando il sistema ha comportamenti ordinati e persiste anche in presenza di qualche forma di caoticità. Dunque ordine e gerarchia conducono a code persistenti, sintomo di una memoria che non svanisce rapidamente o della presenza di sporadici nodi con cui tanti altri sono in contatto. Lo studio di un sistema complesso può essere affrontato costruendone un modello basato su un sistema di automi interagenti e simulandone il comportamento su di un calcolatore ed analizzandone i risultati dal punto di vista statistico in modo da rivelarne alcune proprietà su grande scala. I contesti in cui i abbiamo sviluppato dei modelli sono quelli della mobilità e del sistema immunitario. Il caso più semplice è quello di veicoli che si muovono su una strada avendo la percezione della posizione di chi precede e rispettando il vincolo di mantenere una distanza di sicurezza per evitare collisioni. Per basse densità il moto è regolare e viene descritto da una equazione delle onde nel limite del continuo ma al crescere della densità nascono delle instabilità che creano arresti e ripartenze, come spesso si sperimenta quando ci si muove in autostrada[18]. Il moto pedonale richiede un modello bidimensionale, che vede, nella sua versione più semplice, gli automi rappresentati come dischetti rigidi dotati di percezione visiva entro un certo angolo visuale. La vista ha conseguenze importanti tra cui quello di far perdere il terzo principio della dinamica perché non si ha reciprocità nelle azioni in quanto l'automa A può vedere l'automa B, mentre B non vede A. Quinti mentre A viene respinto da B per evitare la collisione non esiste una corrisponde azione su B da parte di A. Il problema dei due automi è riconducibile a quadrature e si determinano per via analitica degli equilibri dinamici semplici. Nel caso di molti automi la perdita del principio di azione e reazione causa un effetto di tipo dissipativo ed è necessario introdurre la

[17] Zipf (1949).
[18] Helbing (2001).

memoria degli stati passati ed uno previsione sullo stato futuro per compensarla consentendo al sistema di raggiungere un equilibrio statistico[19]. Se si introducono due popolazioni di automi si ottengono diverse configurazioni di equilibrio a seconda della natura della loro *interazione sociale* che può essere repulsiva o attrattiva. Per il sistema immunitario sono stati formulati molteplici modelli in cui intervengono i linfociti T, gli antigeni, la cellule APC ed in cui si stabiliscono precise regole dettate dalla nostra conoscenza sul sistema a livello dei suoi costituenti elementari. In questo caso interviene una molteplicità di automi con caratteristiche diverse perché molteplici sono gli antigeni e i linfociti T, che dopo aver incontrato l'antigene diventano cellule di memoria. La dinamica su un reticolo in cui queste popolazioni si muovono consente di riprodurre alcuni effetti come la risposta secondaria ad un attacco antigenico che è molto più efficace per la presenza di cellule memoria[20]. Si possono scrivere equazioni di campo medio che governano l'evoluzione del numero di individui in ciascuna popolazione trascurando la loro distribuzione spaziale ed introducendo anche componenti stocastiche per tenere conto delle fluttuazioni interne ed esterne al sistema. Modelli semplici consentono di correlare dati sulle popolazioni cellulari quali i linfociti vergini con dati demografici sulla base di ipotesi quali l'esaurimento di questa popolazione come causa di morte[21]. Pur validi per descrivere situazioni specifiche e per correlare dati osservativi, attraverso i vincoli stringenti di un quadro matematico i modelli non ci forniscono nuovi principi primi. È semmai vero che i modelli vanno costruiti rispettando i principi generali già acquisiti. Per ora dobbiamo limitarci alla teoria degli automi ed alla teoria della evoluzione per sviluppare modelli a partire dalle proprietà note dei costituenti elementari di un sistema complesso osservato ad una data scala. Non so se sarà possibile andare oltre come livello di conoscenza in un prossimo futuro, però se non ci poniamo come obiettivo la ricerca del vero, dell'assoluto ma soltanto di metodologie che possono fornire descrizioni efficaci della realtà, allora sviluppare modelli può essere già soddisfacente. Se quindi abbassiamo il tiro rispetto alla ricerca della teoria finale cui la fisica aspira, diventa possibile affinare la nostra conoscenza sui sistemi complessi utilizzando la matematica come strumento di sintesi e di conoscenza, perché modellizzare e simulare è comunque la base di ogni processo conoscitivo.

---

[19] Turchetti, Zanlungo (2007).
[20] Zanlungo, Turchetti (2007).
[21] Luciani et al. (2001).

## Riferimenti


Arnold V. I., 2004, *Metodi Matematici della Meccanica Classica* Editori Riuniti, Roma.

Barabasi A., 2002, *Statistical mechanics of complex networks*, «Reviews of Modern Physics» **70**, 223.

Boltzmann L., 1999, *Modelli matematici, fisica e filosofia*, Bollati Boringhieri, Torino.

Darwin, C., 1859, *L'origine della specie*, BUR Biblioteca Universale Rizzoli, Milano 2009.

Giorgini G., Turchetti G., 2007, *From Newton-Boltzmann paradigms to complexity: a bridge to bio-systems* in *The Science of Complexity: chimera or reality?* Ed. P. Freguglia, Esculapio, Bologna.

Helbing, D., 2001, *Traffic and related self driven many particle systems*, «Reviews of Modern Physics» 73, 1067-1114.

Hu H., Rampioni A., Rossi L., Turchetti T., Vaienti S., 2004, *Statistics of Poincaré recurrences for area preserving maps with integrable and ergodic components*, «Chaos» **14**, 160-171.

Kauffman, A., 1993, *The Origins of Order: Self-Organization and Selection in Evolution* Oxford University Press, New York, Oxford.

Luciani F. et al., 2001, *A stochastic model for $CD8^+$ T cells dynamics in human immunosenescence : implications for survival and longevity*, «Journal of Theoretical Biology» **213**, 587-597.

Mandelbrot B., 1982, *The Fractal Geometry of Nature*, W. H. Freeman & C., New York.

Parisi, D., 2000, *Una nuova mente*, Codice edizioni Hoepli, Torino.

Poincaré H., 1892-1899, *Les méthodes nouvelles de la mécanique céleste* Gauthier-Villars et fils, Paris.

Ruelle D., 2003, *Caso e caos*, Bollati Boringhieri, Torino.

Shannon, C. E., 1948, *A Mathematical Theory of Communication*, «Bell System Technical Journal», vol. 27, pp. 379-423, 623-656, July, October, 1948.

Turchetti G., 2003, *From Dinamical systems to complex systems* ''Determinism Olism and Complexity'' Conferenza Arcidosso 2-8 settembre 2001, Ed. P. Freguglia et al., Kluwer Academic, New York.

Turchetti G., 2007, *Dynamical modeling of complex systems: a microscopic approach*, BIOCOMPLEXITY Ed. G. Castellani, E. Lamberti, C. Franceschi, V. Fortunati, Bologna University Press,Bologna.

Turchetti, G., Zanlungo, F., 2007, *Dynamics and thermodynamics of a gas of automata*, «Europhysics Letters» **78**, 58003.

Turchetti G., Vaienti S. and Zanlungo F., 2010, *Relaxation to the asymptotic distribution of global errors due to round off*, «Europhysics Letters» **89**, 40006-40010.

Von Neumann, J., 1963, *Collected works*, Vol V, Pergamon Press.

Zanlungo, F., Turchetti, G., 2007, *An automata based microscopic model inspired by the clonal expansion* in *Mathematical Modeling of Biological Systems II*, A. Deutsch et al ed., Birkhhause, Boston, pp. 133-144.

Zanlungo Ph. M., Turchetti G., Vaienti S., Zanlungo F., 2009, *Error distribution in randomly perturbed orbits,* «Chaos» **19**, 4, 043118.

Zipf, G. K., 1949, *Human Behaviour and the Principle of Least-Effort*, Addison-Wesley, Cambridge, Massachusetts.

# Considerazioni sui fondamenti della Meccanica Statistica

Sergio Chibbaro
Université Pierre et Marie Curie
chibbaro@lmm.jussieu.fr

Lamberto Rondoni
Politecnico di Torino
lamberto.rondoni@polito.it

Angelo Vulpiani
Università di Roma "La Sapienza"
angelo.vulpiani@roma1.infn.it

*Alla memoria di Carlo Cercignani*

A differenza della meccanica quantistica, i cui fondamenti sono sempre stati al centro di un ininterrotto dibattito, gli aspetti concettuali della meccanica statistica non hanno attratto interessi così vasti; tra le eccezioni citiamo il bel libro di Emch e Liu[1]. In questo breve contributo discuteremo alcuni problemi concettuali della meccanica statistica, in particolare il ruolo del

[1] Emch, Liu (2001).


"Considerazioni sui fondamenti della Meccanica Quantistica", in *Complessità e riduzionismo*, pp. 117-131
Published by Isonomia, Rivista online di Filosofia – Epistemologica – ISSN 2037-4348
Università degli Studi di Urbino Carlo Bo
http://isonomia.uniurb.it/epistemologica

caos[2] e l'emergenza di proprietà collettive che appaiono quando il numero delle particelle del sistema è molto grande[3].

## 1. Dal microscopico al macroscopico

I sistemi macroscopici sono composti da un numero molto elevato (dell'ordine del numero di Avogadro $N_A \simeq 6.02\ 10^{23}$) di particelle che, sotto opportune condizioni[4], seguono le leggi di Newton della meccanica classica. In questa decrizione ogni particella è rappresentata dalla sua posizione $\boldsymbol{q}_i$ e la sua velocità $\boldsymbol{v}_i$, che evolvono nel tempo secondo le leggi di Newton. In meccanica analitica invece della velocità si preferisce utilizzare l'impulso $\boldsymbol{p}_i = m\boldsymbol{v}_i$ e le equazioni di evoluzione sono determinate da una funzione del sistema, chiamata Hamiltoniana e solitamente indicata con $H$[5]. Lo stato di un sistema di $N$ particelle è rappresentato, al tempo $t$, da un vettore $\boldsymbol{X}(t)\equiv(\boldsymbol{q}_1(t),\ldots, \boldsymbol{q}_N(t), \boldsymbol{p}_1(t),\ldots,\boldsymbol{p}_N(t))$ in uno spazio $\mathfrak{M}$ di dimensione $6N$, che contiene gli stati microscopici del sistema e viene chiamato spazio delle fasi. Una traiettoria in $\mathfrak{M}$ rappresenta il susseguirsi di questi stati allo scorrere del tempo ed è determinata dalle equazioni di Hamilton:

$$\frac{d\mathbf{q}_i}{dt} = \frac{\partial H}{\partial \mathbf{p}_i} \quad , \quad \frac{d\mathbf{p}_i}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial \mathbf{q}_i} , \tag{1}$$

con $i = 1,\ldots,N$. Se la Hamiltoniana, che contiene l'interazione tra le particelle, non dipende esplicitamente dal tempo, allora l' energia è una quantità conservata ed il moto si sviluppa su una ipersuperficie ad energia fissata. Notiamo che le equazioni (1) sono invarianti rispetto ad inversione temporale, cioè rispetto al seguente scambio di variabili:

$$\mathbf{q}_i \to \mathbf{q}_i \ , \mathbf{p}_i \to -\mathbf{p}_i \ , t \to -t \ . \tag{2}$$

Si immagini di far evolvere il sistema descritto dalle equazioni (1), a partire da una certa condizione iniziale ($\boldsymbol{q}_1(0), \ldots, \boldsymbol{q}_N(0); \boldsymbol{p}_1(0), \ldots, \boldsymbol{p}_N(0)$) fino ad un certo tempo $t > 0$. All'istante $t$ si "inverta il tempo", cioè, lasciando invariate le posizioni $\boldsymbol{q}_1(t),\ldots,\boldsymbol{q}_N(t)$, si invertano i momenti, sostituendo $\boldsymbol{p}_1(t),\ldots,\boldsymbol{p}_N(t)$ con $-\boldsymbol{p}_1(t),\ldots, -\boldsymbol{p}_N(t)$, e si faccia evolvere nuovamente il sistema; questa operazione è l'analogo matematico del proiettare un film all'indietro. Poiché le equazioni di Hamilton sono invarianti rispetto alla trasformazione

[2] Castiglione, Falcioni, Lesne, Vulpiani (2008).
[3] Ivi, Zanghì (2005).
[4] Per esempio in fluidi comuni a temperatura ambiente.
[5] Fasano, Marmi (2002).

di inversione temporale (2), l'evoluzione diretta e quella inversa sono ugualmente possibili: il sistema ripercorrerà all'indietro la sua storia e, dopo un tempo *t*, ritornerà nella stessa posizione iniziale ma con le velocità invertite.

A livello microscopico le osservabili del sistema, ovvero le grandezze accessibili a una misura diretta o indiretta, sono rappresentate da funzioni $A:\mathfrak{M}\rightarrow\Re$ definite nello spazio delle fasi, che associano un numero reale $A(X)$ ad ogni stato microscopico $X\in\mathfrak{M}$. A livello macroscopico il sistema è descritto da un piccolo numero di variabili termodinamiche (temperatura, pressione etc); inoltre si hanno comportamenti irreversibili: mescolando un litro di acqua calda (ad esempio a 50 gradi centigradi) uno di acqua fredda (ad esempio a 10 gradi centigradi) si ottengono due litri di acqua tiepida (a 30 gradi centigradi) e mai un litro a 55 gradi centigradi ed un altro a 5 gradi centigradi, nonostastante questo sia compatibile con la conservazione dell' energia. Le equazioni macroscopiche, ad esempio le equazione dell'idrodinamica, riflettono questo comportamento e non sono reversibili.

Il problema concettuale e tecnico della meccanica statistica è come conciliare la termodinamica con la dinamica microscopica: data la dinamica microscopica, cioè l'Hamiltoniana del sistema, determinare le proprietà macroscopiche, ad esempio l'equazione di stato.

## 2.1. L'ipotesi visionaria di Boltzmann

È fondamentale notare che la scala dei tempi macroscopici, quelli di osservazione del sistema, è molto più grande della scala dei tempi della dinamica microscopica (1), quelli che dettano i cambiamenti a livello molecolare. Ciò significa che un dato sperimentale è in realtà il risultato di un'unica osservazione durante la quale il sistema passa attraverso un grandissimo numero di stati microscopici diversi. Se il dato si riferisce all'osservabile $A(X)$, esso va quindi confrontato con una media eseguita lungo l'evoluzione del sistema e calcolata su tempi molto lunghi dal punto di vista microscopico:

$$\overline{A}(t_0,T)=\frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} A(X(t))dt \qquad (3)$$

Il calcolo della media temporale $A$ richiede, in linea di principio, sia la conoscenza dello stato microscopico del sistema ad un certo istante, sia la determinazione della corrispondente traiettoria nello spazio delle fasi. La richiesta è evidentemente impossibile quindi, se $A$ dipendesse in maniera molto forte dallo stato iniziale del sistema, non si potrebbero fare previsioni di tipo statistico, neanche trascurando la difficoltà di trovare la soluzione del sistema (1).

L'ipotesi ergodica di Boltzmann permette di superare questo ostacolo. Essa sostanzialmente afferma che se l'energia del sistema macroscopico è fissata, ogni possibile stato microscopico che abbia quella data energia è equiprobabile ad ogni altro che abbia la stessa energia. Più formalmente si può dire che ogni ipersuperficie di energia fissata è completamente accessibile a qualunque moto con la data energia[6]. Inoltre, il tempo medio di permanenza di ogni traiettoria in una data regione è proporzionale al volume della regione, e questo permette di introdurre una densità di probabilità $P_{mc}(X)$ (detta microcanonica).

Se le condizioni precedenti, che costituiscono appunto il nucleo dell'ipotesi ergodica, sono soddisfatte, segue che, se $T$ è sufficientemente grande, la media in (3) dipende solo dall'energia del sistema e assume quindi lo stesso valore su tutte le evoluzioni con uguale energia. L'ipotesi ergodica permette di scrivere:

$$\overline{A} \equiv \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} A(X(t))\,dt = \int A(X)P_{mc}(X)\,dX \equiv \langle A \rangle \qquad (4)$$

La validità della precedente equazione ci libera contemporaneamente dalla necessità di determinare uno stato (iniziale) del sistema e di risolvere le equazioni del moto.

La densità di probabilità sulla superficie con energia fissata o, più precisamente, nello strato di energie comprese tra due valori vicini, $E$ ed $E + \Delta$, è:

$$P_{mc}(X) = \frac{1}{\Gamma_\Delta(E,V,N)} \quad , \quad se\ E < H < E + \Delta$$

e nulla altrimenti, ove

$$\Gamma_\Delta(E,V,N) = \int_{E<H<E+\Delta} d^{3N}q\,d^{3N}p\,,$$

[6] Cfr. Castiglione, Falcioni, Lesne, Vulpiani (2008), Zanghì (2005), Cercignani (1998).

è il volume dello spazio delle fasi contenuto tra le ipersuperfici $H = E$ ed $H = E + \Delta$.

A questo punto manca ancora un ultimo aspetto fondamentale: il legame che permette di connettere le proprietà termodinamiche a quelle meccaniche. Questo ponte concettuale (e tecnico) è dato dal "principio di Boltzmann":

$$S = k_B \ln \Gamma_\Delta(E, V, N) \tag{5}$$

ove $k_B$ è la costante di Boltzmann, $k_B = R/N_A$ e $R$ è la costante dei gas.

Questa relazione, che è incisa (con notazione leggermente diversa) sulla tomba di Ludwig Boltzmann a Vienna, costituisce quella che in filosofia della scienza è chiamata la legge ponte, nella terminologia di Nagel[7], tra la termodinamica e la meccanica statistica nell' ensemble microcanonico. Aggiungendo la definizione (puramente termodinamica) di temperatura

$$\frac{\partial S}{\partial E} = \frac{1}{T} \tag{6}$$

a partire dalla (5) si può ricavare tutta la termodinamica[8].

In molti libri di filosofia della scienza, ad esempio nello stesso Nagel[9], si trova scritto che la legge ponte tra meccanica e termodinamica è la connessione tra temperatura ed energia cinetica media. Questo a nostro avviso non è corretto. La sua validità è infatti limitata ad una certa classe di sistemi (gas monoatomici), inoltre l'energia cinetica è una grandezza puramente meccanica che non può in alcun modo rendere conto di proprietà fondamentale della temperatura, ed esempio il principio zero della termodinamica[10]. Al contrario la (5) è del tutto generale e mette in relazione il livello microscopico con quello macroscopico.

7 Nagel (1984).
8 Cercignani (1998).
9 Nagel (1984).
10 Peliti (2003).

## 2. Perché la meccanica statistica funziona?

Se $N \gg 1$ si possono ottenere risultati molto generali ed è possibile introdurre tecniche di calcolo (e metodi di approssimazione) molto potenti che consentono lo studio dettagliato dei sistemi macroscopici[11]. La meccanica statistica è sicuramente una teoria di grande successo, e di questo nessuno dubita; ma non c'è un completo consenso sul perché funzioni tanto bene.

### 2.1. Ergodicità, meccanica analitica e caos

Una possibile proposta per giustificare il successo della meccanica statistica è la seguente: la dinamica è abbastanza "complicata" (caotica in linguaggio tecnico), quindi il sistema è ergodico e l'insieme microcanonico è dinamicamente giustificato. Una volta assunta la validità dell'insieme microcanonico, si può facilmente introdurre l'insieme canonico in cui l'energia può variare, etc. Rimane da capire se i sistemi siano genericamente ergodici oppure non lo siano.

Questo è un problema decisamente difficile che si intreccia con la meccanica analitica. Infatti, se esistessero integrali primi[12] oltre all'energia, il sistema risulterebbe sicuramente non ergodico: scegliendo come osservabile $A$ uno degli integrali primi si avrebbe $\overline{A} = A(\mathbf{X}(0))$ che dipende dalla condizione iniziale $\boldsymbol{X}(0)$ ed è quindi generalmente diverso da $\langle A \rangle$.

Nel fondamentale lavoro sul problema dei tre corpi Poincaré ha dimostrato che, in generale (cioè a parte casi patologici o banali), un sistema Hamiltoniano non ammette integrali primi analitici oltre all'energia[13]. Nel 1923, Fermi generalizzando il teorema di Poincaré argomentò che i sistemi Hamiltoniani in genere sono ergodici.

Purtroppo Fermi si sbagliava, questo lo capì lui stesso in un suo importante lavoro numerico (FPU) in collaborazione con Pasta e Ulam[14]. Un anno prima di questo lavoro, Kolmogorov aveva enunciato un importante teorema, che è ora noto con la sigla KAM, poiché la dimostrazione venne in seguito completata da Arnold e Moser. In modo molto informale si può dire

[11] Ivi.
[12] Quantità costanti durante l'evoluzione del sistema.
[13] Fasano, Marmi (2002).
[14] Fermi, Pasta, Ulam (1955); Falcioni, Vulpiani (2001).

che il teorema stabilisce che un sistema esprimibile come un sistema integrabile (in cui il moto è quasi-periodoco) più una debole perturbazione, si comporta “sostanzialmente” come il sistema senza perturbazione[15].

Il FPU e il teorema KAM mostrano in modo inequivocabile che un generico sistema Hamiltoniano non è ergodico, almeno da un punto di vista strettamente matematico.

Tuttavia la connessione tra i risultati rigorosi della matematica e la fisica non è mai semplice e anche dopo oltre mezzo secolo la comprensione della rilevanza del KAM, e più in generale del caos, per la meccanica statistica non può considerarsi ancora completamente risolta[16], anche se questi lavori rimangono fondamentali, perché hanno in evidenza la relazione tra non-linearità, caos e meccanica statistica.

Per alcuni studiosi è proprio il caos l’ingrediente fondamentale che giustifica la validità della meccanica statististica. Ad esempio Prigogine[17] sostiene che *la nozione di caos porta a rivedere il concetto di “legge di natura”...* e che nei sistemi caotici *le traiettorie sono eliminate dalla descrizione probabilistica*. E ancora *L’ irreversibilità o è vera ad ogni livello oppure non è vera mai: non può emergere dal nulla nel passaggio da un livello all’ altro*.

La stessa idea è espressa da Driebe[18], in un acceso dibattito con Lebowitz[19] sui fondamenti della meccanica statistica:

*Processi irreversibili sono osservati in sistemi con pochi gradi di libertà... La freccia del tempo non è dovuta a qualche approssimazione fenomenologica ma è una proprietà intrinseca dei sistemi caotici*[20].

---

[15] Il teorema, si può enunciare come segue:
Data una Hamiltoniana $H(\mathbf{I},\phi) = H_0(\mathbf{I}) + \varepsilon H_1(\mathbf{I},\phi)$, con $H_0(I)$ sufficientemente regolare e inoltre $\det\left|\partial^2 H_0(\mathbf{I}) / \partial I_i \partial I_j\right| \neq 0$, se ε è piccolo allora sulla superficie di energia costante sopravvivono dei tori invarianti (che sono detti tori KAM e che risultano una piccola deformazione di quelli presenti per ε = 0) in un insieme la cui misura tende a 1 quando $\varepsilon \to 0$.

[16] Cfr. Castiglione, Falcioni, Lesne, Vulpiani (2008); Falcioni, Vulpiani (2001).

[17] Prigogine (1994).

[18] Driebe (1994).

[19] Lebowitz (1993).

[20] Driebe (1994).

## 2.2. L'ergodicità non è veramente necessaria

Esiste una scuola di pensiero, che ha tra i suoi maggiori esponenti Khinchin e Landau, che considera tutta la problematica sull'ergodicità sostanzialmente irrilevante nel contesto della meccanica statistica, in quanto l'ipotesi ergodica sarebbe di fatto non necessaria per giustificare l'eq. (4) per osservabili fisicamente rilevanti. Questo punto di vista si basa sui fatti seguenti:

a. nei sistemi che interessano la meccanica statistica, il numero di gradi di libertà è molto grande;

b. la questione interessante per la meccanica statistica è la validità della (4) non per un'osservabile qualunque, bensì per le poche grandezze rilevanti per la termodinamica;

c. è fisicamente accettabile ammettere che l'ergodicità sia violata in una regione "piccola" dello spazio delle fasi.

Le conclusioni ottenute da Khinchin, originariamente per sistemi di particelle non interagenti, ed estese da Mazur e van der Linden a sistemi di particelle interagenti con potenziali a corto raggio, sono riassunte nel seguente risultato[21]: nel limite $N \gg 1$, per una classe non banale di osservabili $A$ la misura relativa (ovvero la probabilità rispetto alla densità di probabilità microcanonica $P_{mc}$) dei punti, sulla ipersuperficie di energia fissata, in cui $\overline{A}$ è significativamente diverso da $\langle A \rangle$ è una quantità piccola[22].

Possiamo perciò dire che, nel limite $N \to \infty$, la (4) è valida per una classe interessante di funzioni, tranne che in una regione dello spazio delle

[21] Khinchin (1949).
[22] Se l'osservabile $A$ è esprimibile come somma di $N$ termini, dipendenti ognuna dalle variabili di una sola particella $A = \sum_{i=1}^{N} f(\mathbf{q}_i, \mathbf{p}_i)$ allora per sistemi con Hamiltoniana della forma $H = \sum_{n=1}^{N} H_n(\mathbf{q}_n, \mathbf{p}_n) + \sum_{n,n'} U\left(\left|\mathbf{q}_n - \mathbf{q}_{n'}\right|\right)$ ove $U(r)$ è un potenziale di interazione a corto raggio, si ha $P\left( \frac{\left|\overline{A} - \langle A \rangle\right|}{\langle A \rangle} \geq C_1 N^{-1/4} \right) \leq C_2 N^{-1/4}$, ove $C_1$ e $C_2$ sono costanti $O(1)$.

fasi, che si fa sempre più piccola all'aumentare di $N$; e questo indipendentemente dai dettagli della dinamica.

## 3. Who is the winner?

Nella sezione precedente abbiamo accennato a due posizioni nettamente diverse. Da una parte abbiamo il punto di vista "tradizionale", risalente a Boltzmann e parzialmente formalizzato da Khinchin, che può essere così riassunto: *l'ingrediente che caratterizza la meccanica statistica è l'enorme numero di gradi di libertà*[23]. Dall'altra la scuola "moderna" cresciuta intorno a Prigogine ed i suoi collaboratori, che considera il caos come l'ingrediente fondamentale; per una dettagliata critica si veda il lavoro di Bricmont[24].

I risultati di Khinchin, pur molto importanti, non sono in grado di rispondere in modo definitivo a tutti i problemi sollevati dalla relazione fra termodinamica e meccanica statistica. Ad esempio, non sono in grado di dire cosa succederebbe a condizioni iniziali microscopiche "atipiche", come quelle dette di non equilibrio, e, nel caso tutto funzioni, cioè che la (4) sia valida, quale sarebbe il tempo $T$ necessario affinché la media (3) si avvicini adeguatamente al valore $\langle A \rangle$.

Il caos deterministico è certamente importante e la sua riscoperta ha permesso di riconsiderare alcune idee di fondo sulla rilevanza del determinismo e la descrizione statistica. Tuttavia capire la sua reale importanza per la validità della meccanica statistica, e dell'irreversibilità in particolare, non è cosa facile e si deve far ricorso a simulazioni numeriche[25].

Prima di discutere brevemente qualche risultato tecnico che permette di districarsi (o almeno orientarsi) tra i diversi approcci, notiamo che i due punti di vista si differenziano nettamente, anche da un punto di vista filosofico. In termini un po' approssimativi, possiamo dire che l'impostazione di Prigogine è un esempio di riduzionismo nella sua forma più semplice: nel passaggio dalla meccanica alla termodinamica non ci sarebbe molto di nuovo. Per Prigogine, infatti, le proprietà statistiche sono contenute nelle proprietà dinamiche, indipendentemente dal numero di gradi di libertà coinvolti. Al contrario, nella scuola tradizionale, si ha un elemento in più: il numero estremamente grande di gradi di libertà. Questo è il fatto

[23] Grad (1967).
[24] Bricmont (1996).
[25] Castiglione, Falcioni, Lesne, Vulpiani (2008); Falcioni, Vulpiani (2001).

fondamentale che permette *l'emergere*, nei sistemi macroscopici, di proprietà che sono del tutto assenti in sistemi piccoli.

Dettagliati calcoli numerici in sistemi Hamiltoniani mostrano in modo chiaro che il caos non è affatto un ingrediente fondamentale[26]. Ad esempio in catene di tanti oscillatori non lineari si osserva che il calore specifico misurato con medie temporali è in accordo con le previsioni della meccanica statistica anche quando il sistema non è rigorosamente ergodico. L'idea, apparentemente sensata, che il caos implichi buone proprietà statistiche non supera il controllo numerico e si rivela inconsistente, e questo anche in casi in cui i risultati di Khinchin non sono, matematicamente parlando, validi.

Concludiamo discutendo brevemente il problema dell'irreversibilità in cui, a nostro avviso, è essenziale considerare il problema dei livelli di realtà, cioè il grado di accuratezza o approssimazione con il quale si osserva un dato fenomeno. Consideriamo il seguente esperimento concettuale: si versi del profumo in un angolo di una stanza; le molecole del profumo, inizialmente concentrate in una piccola regione, velocemente occuperanno tutta la stanza. Si immagini ora di poter filmare le molecole. Proiettando la pellicola all'indietro, si vedrà un fenomeno "innaturale": tutte le molecole sparse nella stanza si riuniranno in un angolo. Guardando invece una sola molecola nel film a proiettato al contrario, non si evidenzierà niente di anormale. Analogamente, non si nota niente di strano nel film proiettato al contrario se si limita l'osservazione a poche molecole. Solo guardando un numero elevato di molecole, si ha l'impressione di un comportamento innaturale.

Quanto precedentemente accennato lascia sperare che sia possibile dimostrare, entro opportuni limiti, l'irreversibilità dei fenomeni macroscopici, che riguardano un grande numero di particelle, a partire dalla dinamica microscopica. Partendo da un fondamentale lavoro di Grad del 1948 si è arrivati a formulare e dimostrare in modo rigoroso quanto intuito da Boltzmann. Tra i tanti che hanno partecipato a questo significativo progresso ricordiamo Carlo Cercignani, che ha dato contributi fondamentali alla meccanica statistica. Consideriamo un gas diluito di particelle interagenti con un potenziale a corto raggio, ad esempio possiamo pensare che le molecole siano sfere rigide di diametro $s$, la sostanza del lavoro matematico[27] può essere riassunta, in modo molto informale, come segue: nel limite di Boltzmann-Grad:

[26] Castiglione, Falcioni, Lesne, Vulpiani (2008).
[27] Cercignani, Illner, Pulvirenti (1994).

$$N \to \infty;\ \sigma \to 0;\ e\ N\sigma^2 \to \text{cost}$$

ove $N$ è il numero di molecole nell' unità di volume e $\sigma$ è il diametro delle molecole e $N\sigma^2$ dà la frequenza di collisione, se la condizione iniziale del sistema è fuori dall' equilibrio termodinamico, dalle equazioni reversibili della meccanica microscopiche si ottengono in modo rigoroso le equazioni irreversibili che descrivono i sistemi macroscopici.

Questo risultato è in netto contrasto con quanto sostenuto dalla scuola di Prigogine. A prima vista può sembrare impossibile che qualcosa (l'irreversibilità) che è assente per ogni sistema con $N$ finito possa apparire nel limite $N \to \infty$. La cosa non è affatto sorprendente: è quello che succede nel caso dei limiti singolari. Per dare un'idea consideriamo l'equazione algebrica

$$\varepsilon x^2 + x - 1 = 0$$

se $\varepsilon = 0$ si ha una sola soluzione $x = 1$, se $\varepsilon \neq 0$ ci sono due soluzioni: $x_{1,2} = (-1 \pm \sqrt{1+4\varepsilon^2})/2\varepsilon$; se $0 < \varepsilon \ll 1$ abbiamo $x_1 = 1 + O(\varepsilon)$ e $x_2 = -1/\varepsilon + O(1)$. I risultati per $0 < \epsilon \ll 1$ sono drasticamente diversi da quelli $\varepsilon = 0$.

Abbiamo quindi che l'irreversibilità può essere vista come una proprietà emergente nel passaggio dal microscopico al macroscopico; ed è originata dal limite $N \to \infty$, $\sigma \to 0$.

È impressionante l'accordo dei risultati rigorosi con quanto intuito da Boltzmann[28]:

*Nelle equazioni della meccanica non c'è niente di analogo a quanto si ha con la Seconda Legge della termodinamica che può essere ricondotta a termini meccanici solo con assunzioni sulle condizioni iniziali.*

Come osservazione generale notiamo il fatto che quasi tutte le volte che si tenta un processo di riduzione tra due teorie ci si trova davanti ad un limite singolare in cui un parametro tende a zero[29], come esempi possiamo citare il passaggio:

1. dalla meccanica alla termodinamica: $1/N \to 0$;

2. dalla meccanica quantistica alla meccanica classica: $\hbar / A \to 0$, ove $\hbar$ è la costante di Planck ed $A$ l' azione classica del sistema;

[28] Cercignani, Illner, Pulvirenti (1994).
[29] Batterman (2001).

3. dall'ottica ondulatoria all' ottica geometrica: $\lambda / L \to 0$, ove $\lambda$ ed $L$ sono rispettivamente la lunghezza d'onda e la dimensione tipica del sistema .

Una delle poche eccezioni non banali di limite non singolare è il passaggio dalla relatività di Einstein alla meccanica newtoniana; in questo caso il parametro che tende a zero è $v/c$, ove $c$ e $v$ sono rispettivamente la velocità della luce e la velocità tipica del sistema.

## 4. Osservazioni finali

Concludiamo con alcune considerazioni generali su alcuni aspetti che sono, almeno parzialmente, ancora materia di dibattito.

### 4.1. La termodinamica è stata ridotta alla meccanica?

Alla fine di questa breve esposizione è naturale domandarci se c'è stata una vera riduzione della termodinamica alla meccanica. Prima di tentare una risposta ricapitoliamo brevemente lo schema proposto che, a nostro avviso, è sostanzialmente quello immaginato da Boltzmann. Gli ingredienti fondamentali della possibilità di una descrizione termodinamica dei sistemi macroscopici sono:

1. L'ipotesi ergodica (3);

2. La legge ponte, cioè il principio di Boltzmann (5);

3. Il grande numero di gradi di libertà coinvolti ($N \gg 1$);

4. La selezione di opportune condizioni iniziali.

Abbiamo visto che l'ipotesi ergodica non è strettamente vera, ma assumendo il punto **III** possiamo dire che è "moralmente vera". I punti **III** e **IV** sono fondamentali per far emergere i comportamenti collettivi, quali l'irreversibilità. Tentativamente possiamo dire che, nel linguaggio di Nagel, siamo in presenza di un riduzione del secondo tipo (tra teorie eterogenee). Notiamo che non solo c'è solo bisogno di una legge ponte, ma di qualcosa in più (assunzioni **III** e **IV**), solo in questo modo l'emergenza di nuove proprietà può avvenire. Sembra perciò appropriato parlare di un caso di emergenza debole[30].

È necessario tuttavia rilevare come la grandezza del lavoro di Boltzmann non risieda tanto nell'aver "ridotto la termodinamica alla meccanica", quanto nell'aver compreso l' impossibilità di ricondurre l'irreversibilità alle sole leggi della meccanica. Lo straordinario contributo di Boltzmann fu proprio che comprese a pieno la natura singolare dell'emergere dell'irreversibilità per la quale sono necessarie le assunzioni **III** e **IV**, e trovò una legge, l'equazione (5), che mette in relazione i due livelli di realtà e dunque anche i due linguaggi. Questa relazione ha aperto la via allo sviluppo della moderna meccanica statistica ed è profondamente diversa, e ben più importante, di quella che stabilisce la proporzionalità tra l'energia cinetica delle molecole e la temperatura. Ricordiamo che l'esistenza di una tale relazione era già chiara a Daniel Bernoulli, all'inizio del XVIII secolo, ma non è sufficiente per determinare, in modo coerente e generale, la connessione tra meccanica e termodinamica.

### 4.2. La meccanica statistica è falsificabile?

La domanda può sembrare provocatoria ma ci sembra che meriti una breve discussione. Il problema si potrebbe presentare nel seguente modo: dato un recipiente di volume $V$ contenente $N$ particelle interagenti con un potenziale noto $U(|\boldsymbol{q}_i - \boldsymbol{q}_j|)$=U(r), assumendo che esista una condizione di equilibrio termico a temperatura $T$, trovare il calore specifico, l'equazione di stato etc. Ad esempio per gas diluiti si ha la seguente equazione di stato:

$$\frac{p}{k_B T} = \rho + b_2 + (T)\rho^2 + b_3(T)\rho^3 + \ldots \qquad (8)$$

dove $p$ è la pressione, $\rho = N/V$ è la densità ed i coefficienti del viriale $b_2, b_3, \ldots$ sono esprimibili in termini di U(r). Una volta effettuati i calcoli si devono confrontare i risultati con l'esperimento.

In pratica non è possibile porsi il problema nella forma precedente, infatti anche assumendo che il problema sia classico, il potenziale $U(r)$ non è noto: ha un origine quantistica e deve essere calcolato, almeno il linea di principio, dall' equazione di Schrödinger. È possibile ottenere una buona approssimazione solo in casi molto semplici, nella realtà si deve procedere

[30] Bedau, Humphreys (2006).

in modo completamente diverso[31]. Si comincia ipotizzando una forma specifica per $U(r)$, ad esempio per i liquidi semplici il potenziale di Lennard-Jones

$$U(r) = 4\varepsilon\left[\left(\frac{\sigma}{r}\right)^{12} - \left(\frac{\sigma}{r}\right)^{6}\right], \qquad (9)$$

che contiene due parametri $\varepsilon$ e $\sigma$. Una volta calcolati i coefficienti del viriale $b_2(T), b_3(T),...$ in termini di $U(r)$, dal confronto con i dati sperimentali si determinano i parametri $\varepsilon$ e $\sigma$. Questo procedimento è chiaramente autoconsistente e quindi la meccanica statistica potrebbe sembrare una teoria non falsificabile, ma questa conclusione non è corretta: la meccanica statistica è in grado di prevedere comportamenti non banali che possono essere controllati sperimentalmente. Possiamo citare la distribuzione di Maxwell-Boltzmann per la velocità delle molecole, l'esistenza delle transizioni di fase e l'universalità dei fenomeni critici. È interessante notare che in tutti i casi appena citati non è necessario conoscere il potenziale: la distribuzione di Maxwell-Boltzmann vale indipendetemente dalla forma di $U(r)$, mentre nei fenomeni critici solo alcune proprietà qualitative (classi di universalità) del potenziale sono rilevanti[32].

## Riferimenti

Batterman, R.W., 2001, *The Devil in the Details*, Oxford University Press.

Bedau, M., and Humphreys, P., (Eds), 2006, *Emergence: contemporary readings in philosophy and science*, Cambridge University Press.

Bricmont, J., 1996, *Science of chaos or chaos in science?*, «Annals of the New York Academy of Sciences», **775**, 131.

Castiglione P., Falcioni M., Lesne A., and Vulpiani A., 2008, *Chaos and Coarse Graining in Statistical Mechanics*, Cambridge University Press.

Cercignani, C., 1998, *Ludwig Boltzmann: the man who trusted*, Oxford University Press.

Cercignani, C., Illner, R., and Pulvirenti, M., 1994, *The Mathematical Theory of Dilute Gases*, Springer-Verlag, Berlin.

[31] Hansen, McDonald (1986).
[32] Peliti (2003).

Driebe, D.J., 1994, *Is Boltzmann entropy time's arrow's archers?*, «Physics Today», November 1994, pp. 13.

Emch, G.G., and Liu, C., 2001, *The Logic of Thermostatistical Physics,* Springer Verlag, Berlin.

Falcioni, M., Vulpiani, A., 2001, *Il contributo di Enrico Fermi ai sistemi non lineari*"in *Conoscere Fermi*, Ed. Bernardini e Bonolis SIF, Bologna.

Fasano, A., Marmi, S., 2002, *Meccanica analitica,* Bollati Boringhieri, Torino.

Fermi, E., Pasta, J., and Ulam, S., 1955, *Studies of Nonlinear Problems*, Document LA 1940.

Grad, H., 1967, *Levels of Description in Statistical Mechanics and Thermodynamics*, in *Delaware Seminar in the Foundations of Physics,* Ed. Bunge, Springer-Verlag, Berlin.

Hansen, J.-P., and McDonald, I. R., 1986, *Theory of Simple Liquids*, Academic Press Inc, London.

Khinchin, A.I., 1949, *Mathematical Foundations of Statistical Mechanics*, Dover Publications Inc., New York.

Lebowitz, J.L., 1993, *Boltzmann' s entropy and time's arrow*, «Physics Today», September 1993, pp. 32.

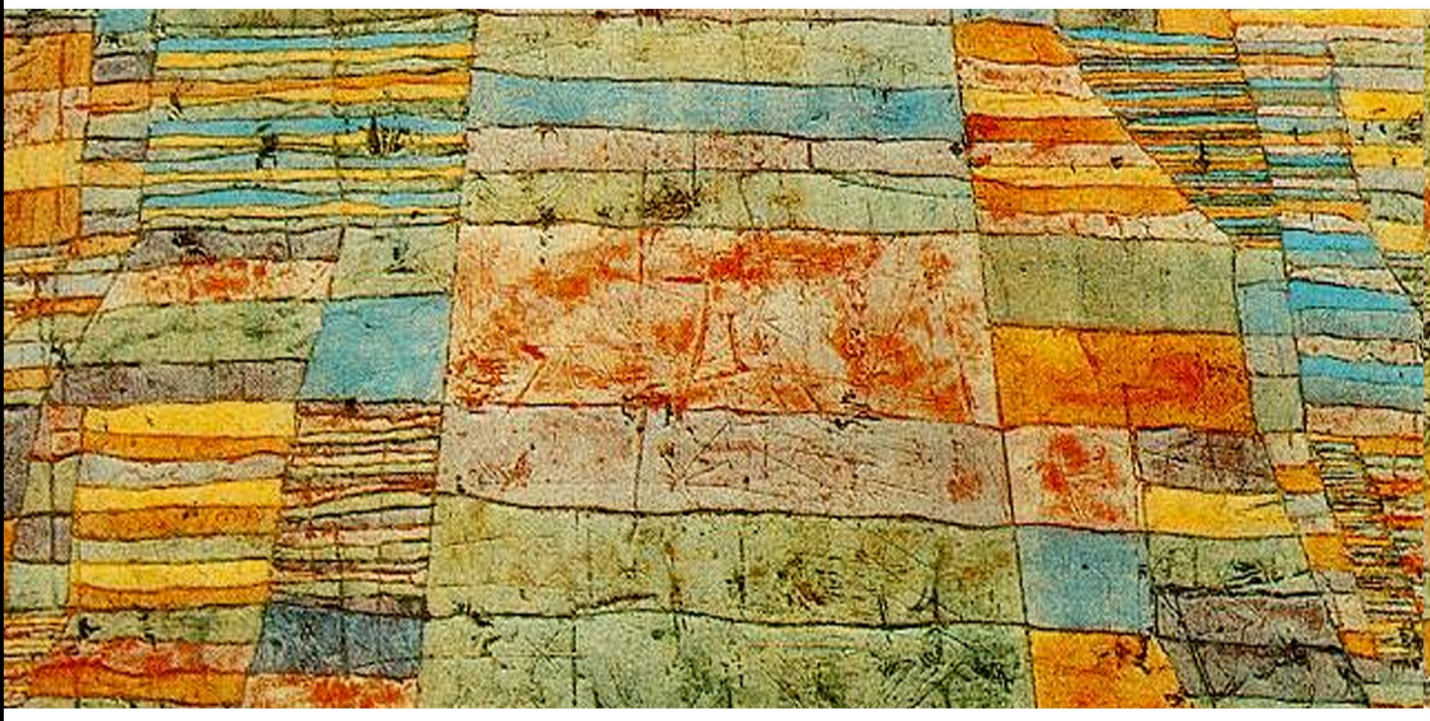
Nagel, E., 1984, *La struttura della scienza*, Feltrinelli, Milano.

Peliti, L., 2003, *Appunti di Meccanica Statistica*, Bollati Boringhieri, Torino.

Prigogine, I., 1994, *Les Lois du Chaos*, Flammarion, Paris.

Zanghì, N., 2005, *I fondamenti concettuali dell'approccio statistico in fisica* in *La Natura delle Cose* (a cura di Allori, Dorato, Laudisa e Zanghì), Carocci Editore, Roma, pp. 139.

The enormous increasing of connections between people and the noteworthy enlargement of domains and methods in sciences have augmented extraordinarily the cardinality of the set of meaningful human symbols. We know that complexity is always on the way to become complication, i.e. a non-tractable topic. For this reason scholars engage themselves more and more in attempting to tame plurality and chaos. In this book distinguished scientists, philosophers and historians of science reflect on the topic from a multidisciplinary point of view. Is it possible to dominate complexity through reductionism? Are there other conceptual instruments useful to take account of complexity? What is complexity in biology, mathematics, physics and philosophy of mind? These are some of the questions which are faced in the volume.



ISSN 2037-4348

The enormous increasing of connections between people and the noteworthy enlargement of domains and methods in sciences have augmented extraordinarily the cardinality of the set of meaningful human symbols. We know that complexity is always on the way to become complication, i.e. a non-tractable topic. For this reason scholars engage themselves more and more in attempting to tame plurality and chaos. In this book distinguished scientists, philosophers and historians of science reflect on the topic from a multidisciplinary point of view. Is it possible to dominate complexity through reductionism? Are there other conceptual instruments useful to take account of complexity? What is complexity in biology, mathematics, physics and philosophy of mind? These are some of the questions which are faced in the volume.

ISSN 2037-4348

Fano, Giannetto, Giannini, Graziani, Complessità e Riduzionismo

# Complessità e Riduzionismo

a cura di

Vincenzo Fano
Enrico Giannetto
Giulia Giannini
Pierluigi Graziani

Isonomia *Epistemologica*